

**Решение уравнений и неравенств различного вида для подготовки к
ОГЭ**

Акишина С.А.

математика

*11 класс, МБОУ Одинцовской СОШ № 17 с УИОП, Общеобразовательное
отделение – школа №16, г. Одинцово, Московской области*

*Научные руководители: Лашина Татьяна Сергеевна, Трифоненкова
Ирина Васильевна, МБОУ Одинцовской СОШ № 17 с УИОП,
Общеобразовательное отделение – школа №16, г. Одинцово, Московской
области*

ВВЕДЕНИЕ

Цель: создать пособие по решению уравнений и неравенств различного вида, встречающихся в ОГЭ.

Задачи: 1) изучить теоретический материал по решению уравнений и неравенств;

2) подобрать уравнения и неравенства, встречающиеся в ОГЭ;

3) решить их;

4) собрать уравнения, неравенства и их решения в сборник.

Актуальность: Экзамен по математике является обязательным при прохождении государственной итоговой аттестации по программам основного общего образования, а в текстах ОГЭ в заданиях 1-ой и 2-ой частей присутствуют уравнения и неравенства различных степеней.

Проблема: решение уравнений и неравенств не всем даётся легко, но для написания ОГЭ оно обязательно.

Этапы работы:

1) Первый этап – исследовательский. (октябрь-декабрь 2020 г)

Результатом этого этапа является сбор, анализ и обобщение теоретического материала по решению уравнений и неравенств

2) Второй этап – практический (декабрь 2020-июнь 2021 гг)

Результатом этого этапа является поиск уравнений и неравенств, встречающихся в ОГЭ, и их решение.

3) Третий этап – организационный (июль 2021 г)

Результатом этого этапа является составление сборника по решению уравнений и неравенств, встречающихся в ОГЭ.

4) Четвёртый этап – подведение итогов (август 2021 г)

Результатом этого этапа является создание письменной работы и презентация проекта.

КРАТКИЙ ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Проблема разработана в сборнике по подготовке к ОГЭ по математике Ф.Ф. Лысенко. Мой сборник будет отличаться, тем, что, во-первых, имеет более узкую направленность, а во-вторых, в нём описаны нестандартные способы решения уравнений и неравенств, которые не встречаются в школьной программе, но значительно упрощают работу над некоторыми выражениями.

МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Методы: анализ, сравнение.

Материально-техническое обеспечение: Различные пособия по решению уравнений, пособия для ОГЭ, сборники задач ОГЭ; принтер; компьютер с выходом в Интернет; ручка; карандаш; тетрадь; черновик.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

1. Стандартные и нестандартные способы решения уравнений и неравенств

1.1. Решение уравнений. Стандартные способы.

Рассмотрим некоторые наиболее часто встречаемые виды и способы решения уравнений, указанные в сборнике по подготовке к ОГЭ за 2021 Лысенко Ф. [1].

Со стандартными способами решения уравнений многие из нас знакомы. Главный их принцип – это перенос слагаемых с переменной в одну часть уравнения, без переменной – в другую (**прим.:** для уравнений первой степени); или разложение уравнения на множители (**прим.:** уравнения степени больше 1). Напомним, какие способы разложения на множители применяют:

- 1) Вынесение общего множителя за скобки
- 2) Способ группировки
- 3) Формулы сокращённого умножения

4) Разложение на множители квадратного трёхчлена ($ax^2+bx+c= a(x-x_1)(x-x_2)$), где x_1 и x_2 – корни уравнения $ax^2+bx+c=0$).

Также стоит упомянуть свойство коэффициентов (Если $a+b+c=0$, то $x_1=1$, $x_2=-\frac{c}{a}$; Если $a+c=b$, то $x_1=-1$, $x_2=-\frac{c}{a}$) и теорему Виета (Если x_1 и x_2 – корни квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$, то $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$, $x_1*x_2=\frac{c}{a}$), которые используются для решения квадратных уравнений.

Следует отметить, что в дробно-рациональных уравнениях нужно также находить корни, которые будут обращать знаменатель в ноль, чтобы позже исключить их (т.к. на 0 делить нельзя).

1.2. Решение неравенств. Стандартные способы.

Решение неравенства в своём начальном виде мало чем отличается от решения уравнения. Для решения неравенства первой степени нам нужно найти минимальное/максимальное значение x .

Для решения неравенств со степенью больше 1 применяется метод интервалов. Метод интервалов заключается в том, чтобы приравнять неравенство к нулю, найти корни этого выражения, разложить многочлен на множители, отметить их на числовой прямой, выяснить, какие знаки имеет многочлен в полученных интервалах и далее соотнести их со знаком самого неравенства.

2. Решение уравнений и неравенств. Нестандартные способы.

Следует заметить, что при решении уравнений и неравенств чаще всего применяют способы разложения на множители, особенно, если уравнение или неравенство содержат высокую степень.

Нестандартные же способы решения уравнений и неравенств, хотя и обычно связаны с разложением на множители, редко проходятся в школе на базовом уровне, их можно встретить лишь в углублённом изучении алгебры, и то не всегда. Но надо сказать, что они облегчают решение уравнений. Приведём несколько таких способов.

2.1. Теорема Безу.

Согласно учебнику по алгебре с углублённым изучением математики для 9 класса Макарычева Ю.Н. [1] данная теорема звучит так:

Если число α^* является корнем многочлена $P(x)$, имеющего степень n , то этот многочлен можно представить в виде:

$$P(x)=(x-\alpha)^*Q(x),$$

где $Q(x)$ – многочлен степени $n-1$, получающийся при делении $P(x)$ на $(x-\alpha)$.

*Важно отметить, что число α должно принадлежать множеству натуральных чисел.

Также есть вторая часть Теоремы Безу, которая звучит так:

Если число α является корнем уравнения, содержащего многочлен, то α – делитель свободного члена.

Или:

Если дробь $\frac{p}{q}$ является корнем уравнения, содержащего многочлен, то p – делитель свободного члена, а q – делитель старшего коэффициента.

2.2. Схема Горнера.

Для более простого перехода к нахождению корней уравнения можно воспользоваться схемой Горнера.

В её действии легче разобраться на примере, что сейчас мы и сделаем.

Пример №1. Разложим выражение на множители:

$$3x^3-4x^2-17x+6$$

По теореме Безу можно сделать вывод, что целые корни выражения находятся среди чисел $-1;1;-2;2;-3;3;-6;6$ (делители свободного члена). Числа 1 и (-1) можно проверить устно, подставив их в уравнение (по свойству коэффициентов):

$$3-4-17+6 \neq 0 \text{ (подставили } 1)$$

$$(-3)-4+17+6 \neq 0 \text{ (подставили } (-1))$$

Продолжаем проверять предполагаемые корни.

Вот тут себя и проявляет схема Горнера.

Этот вид решения уравнений и неравенств оформляется в виде таблицы, где в заглавиях столбцов находятся все коэффициенты выражения (**вместе с их знаками!**), а в заглавиях строк – предполагаемые корни:

	3	-4	-17	6
-2				

Сделав все вышеобозначенные приготовления, можно начать проверку. Сначала во вторую строку второго столбца сносим старший коэффициент:

	3	-4	-17	6
-2	3			

Далее мы перемножаем предполагаемый корень и старший коэффициент, а полученное число прибавляем к следующему в очереди коэффициенту выражения:

	3	-4	-17	6
-2	3	$(-2)*3-4=10$		

Проводим те же операции с получаемыми числами до конца строки. Если в конечной ячейке получился ноль – то проверяемое число является корнем уравнения. Вернёмся к нашей таблице:

	3	-4	-17	6
-2	3	10	3	0

Как видите, число 2 – подходит нам. Можно продолжить проверять выведенные раньше числа (предполагаемые корни), а можно обратить внимание

на другие числа, полученные в результате нашей проверки. Дело в том, что, если мы поделим уравнение $3x^3-4x^2-17x+6$ на выражение $x-2$ (снова возвращаемся к теореме Безу), то получим такое выражение:

$$3x^2+10x+3,$$

чьи коэффициенты соответствуют полученным в таблице числам. Исходя из этого, можно найти делители свободного члена нового выражения (1;-1;3;-3) и проверить их в качестве корней. Ранее мы выяснили, что числа 1 и (-1) не подходят, поэтому нам остаются только 3 и (-3). Проверим 3:

	3	-4	-17	6
-2	3	10	3	0
3	3	-1	0	

Число подошло, и мы получили выражение $3x-1$, которое имеет первую степень, поэтому дальше разложения попросту не будет.

Ответ: $3x^3-4x^2-17x+6=(x+2)(x-3)(3x-1)$.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Работа над проектом

Продуктом моего проекта стал сборник по решению уравнений и неравенств, встречающихся в ОГЭ. Его создание можно разделить на несколько различных этапов, в процессе которых я выяснила много нового и освежила старые знания на тему решения уравнений и неравенств.

1. Поиск материала

Материалом для моего проекта являются уравнения и неравенства, которые я находила в различных источниках.

Для начала я прорешала все задания на данную тему в сборнике «Математика. Подготовка к ОГЭ-2020» под редакцией Ф.Ф. Лысенко и С.О. Иванова. Этих заданий мне показалось недостаточно, тем более что данное

пособие предназначено для подготовки к ОГЭ прошлого года, а данный экзамен, как и многие другие, каждый год даже пусть и незначительно, но меняет свою структуру.

Поэтому я зашла на два сайта – Решу ОГЭ и ФИПИ. На первом сайте (Решу ОГЭ) я открыла «Каталог заданий», нашла разделы, связанные с уравнениями и неравенствами и прорешала их. Также на данном сайте я просматривала сами варианты, чтобы выявить определённую динамику в заданиях – какие виды уравнений и неравенств действительно встречаются в ОГЭ. Благодаря последнему я поняла, что в ОГЭ 2021 встречаются такие задания, связанные с темой моего проекта:

- Задание 9 (1-ая часть ОГЭ); в нём даются уравнения, причём таких видов: линейные, квадратные, дробно-рациональные и системы уравнений с 2-мя неизвестными;
- Задание 13 (1-ая часть ОГЭ); в данном задании встречаются линейные, квадратные неравенства и системы неравенств с 1-ой переменной;
- Задание 20 (2-ая часть ОГЭ); здесь даются системы уравнений с 2-мя неизвестными, уравнения со степенью больше 2-х, квадратные и дробно-рациональные неравенства и системы неравенств. Следует отметить, что уравнения и неравенства в данном задании сложнее, чем те, что даются в 9-ом и 13-ом номерах. Это объясняется просто: 2-ая часть ОГЭ всегда сложнее 1-ой.

На ФИПИ я открыла раздел «Банк заданий» и рассмотрела подраздел «Уравнения и неравенства». На этом сайте выбора было значительно больше, чем на Решу ОГЭ, поэтому достаточное количество примеров и заданий в моём сборнике основано на том, что я нашла на ФИПИ.

Также я искала различные уравнения и неравенства на других сайтах (см. Список литературы и интернет-ресурсов).

2. Виды и типы уравнений и неравенств, которые я включила в свой сборник и их решения.

Мой сборник разделён на 2 части: одна касается уравнений, а вторая – неравенств. В 1-ую часть включены такие виды уравнений:

- Линейные уравнения;
- Квадратные уравнения;
- Дробно-рациональные уравнения;
- Системы уравнений с 2-мя переменными;
- Уравнения со степенью больше 2-х.

Во 2-ую часть входят такие виды неравенств, как:

- Линейные неравенства;
- Квадратные неравенства;
- Дробно-рациональные неравенства;
- Системы неравенств с 1-ой переменной.

Каждый из этих видов можно разделить на определённые типы, которые имеют различные способы решения. Чтобы понять, как я решала задания в моём сборнике, предлагаю разобрать эти типы уравнений и неравенств.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выводы:

Думаю, я достигла поставленной цели и полностью решила выделенные мною задачи.

Мне удалось:

- пополнить свои знания в области решения уравнений и неравенств;
- научиться нестандартным способам решения уравнений и неравенств;
- подобрать уравнения и неравенства, встречающиеся в ОГЭ и решить их;
- смоделировать структуру сборника по решению уравнений и неравенств;
- собрать уравнения, неравенства и их решения в удобный и практичный сборник.

Практическим результатом данной работы стало создание Пособия по решению уравнений и неравенств для подготовки к ОГЭ.

С точки зрения технической реализации, сборник удобен в использовании, так как имеет чёткую структуру и оглавление, причём к каждой теме подобраны примеры заданий и их решения и уравнения или неравенства для самостоятельного разбора.

В настоящий момент, доработка пособия продолжается, поскольку ОГЭ меняется каждый год, в результате чего, следует добавлять новые виды уравнений и неравенств и их решения.

Перспективы проекта:

1. Добавить новый материал для ОГЭ будущих лет
2. Доработать дизайн сборника

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНТЕРНЕТ-РЕСУРСОВ

- Сборник «Математика. Подготовка к ОГЭ-2020» под редакцией Ф.Ф. Лысенко, С.О. Иванова;
- Учебник «Алгебра 9 класс для школ с углублённым изучением математики» под авторством Ю.Н. Макарычева, Н.Г. Миндюка, К.И. Нешкова;
- http://oge.fipi.ru/os/xmodules/qprint/qsearch.php?theme_guid=0A2243D019E2A3F84407BD957179EC00&proj_guid=DE0E276E497AB3784C3FC4CC20248DC0 – открытый банк заданий ОГЭ на ФИПИ
- https://doc.fipi.ru/oge/demoversii-specifikacii-kodifikatory/2022/ma_9_2022.zip - демоверсия ОГЭ 2022 на ФИПИ
- https://oge.sdangia.ru/prob_catalog - каталог заданий сайта Решу ОГЭ