

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ
ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ
ИЗ КУРСА ЭКОНОМИКИ**

Информатика

Удалов М. О.

г. Тверь, Тверской лицей, 11 класс

*Научный руководитель: Наумова А.И., г. Тверь, преподаватель информатики
высшей категории, Тверской лицей*

Данная статья является реферативным изложением основной работы. Полный текст научной работы, иллюстрации и иные дополнительные материалы доступны на сайте XIV Международного конкурса научно-исследовательских и творческих работ учащихся “Старт в науке” по ссылке: <https://school-science.ru/14/4/49640>.

В данной работе представлен материал по *оптимизационному моделированию в экономике*, в процессе которого осуществляется *поиск наиболее оптимального пути* развития системы с использованием *линейного программирования*.

Цель данной работы заключается в том, чтобы получить *дополнительные знания и навыки* по этой теме.

Задача состоит в том, чтобы подобрать соответствующий материал с последующей систематизацией, обобщением и иллюстрацией текста.

Работа состоит из двух частей: *теоретической* (дано описание информационных *оптимизационных моделей в экономике*) и *практической* (приведён пример *поиска оптимального решения* с использованием табличного процессора MS Excel 10).

Информационные оптимизационные модели

Оптимизационное моделирование

В сфере управления сложными системами (например, в экономике) применяется *оптимизационное моделирование*, в процессе которого осуществляется *поиск наиболее оптимального пути развития системы*.

Критериями оптимальности могут быть *различные параметры*, например, в экономике можно стремиться к *максимальному количеству выпускаемой продукции*, а можно – к её *низкой себестоимости*. Оптимальное развитие соответствует *экстремальному* (максимальному или минимальному) значению выбранного целевого параметра.

Развитие сложных систем зависит от множества факторов (параметров), следовательно, *целевой параметр* зависит от множества параметров. Выражением такой зависимости является *целевая функция*.

$$K = F(X_1, X_2, \dots, X_n),$$

где K – целевой параметр;

X_1, X_2, \dots, X_n – параметры, влияющие на развитие системы.

Если целевая функция *нелинейная*, цель исследования состоит в *нахождении экстремума* этой функции и *определении значений параметров*, при которых этот экстремум достигается, иначе поиск оптимального решения осуществляется при наличии *определённых ограничений* на параметры. Если ограничения на параметры также имеют линейный характер, то такие задачи являются задачами *линейного программирования* (поиск экстремумов линейной функции, на которую наложены ограничения) [2].

Линейное программирование

Линейное программирование (ЛП) является *наиболее простым* и *лучше всего изученным* разделом *математического программирования*. Характерные черты задач ЛП следующие:

1. показатель *оптимальности* $L(X)$ представляет собой *линейную* функцию от элементов решения $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. В качестве показателя оптимальности часто выступают *экономические* показатели: *выручка, себестоимость, прибыль* и пр.;
2. ограничительные условия, налагаемые на возможные решения, имеют вид *линейных* равенств или неравенств. Ограничения в экономических задачах могут быть по спросу, по запасам ресурсов, по трудоемкости, по затратам времени и пр.

Основные правила построения оптимизационной модели: число ограничений должно быть *больше либо равно* числу искомых переменных; в ограничениях левая и правая части должны иметь *одинаковые единицы измерения*.

Допустимое решение – это совокупность чисел (план) $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, удовлетворяющих *ограничениям* задачи. **Оптимальное решение** – это план, при котором целевая функция (ЦФ) принимает свое *максимальное (минимальное)* значение.

В случае, если *количество искомых величин x две*, то удобно решение задачи представить в графической форме.

В случае, если *количество искомых величин x более двух*, то применяют *метод перебора всех возможных вариантов* с помощью компьютера (в Excel это надстройка “Поиск решения”).

На основе оптимизационных моделей были созданы различные вариации экономических задач:

задача о размещении (ТЗ – транспортная задача) – это задача линейного программирования (ЛП), в которой работы и ресурсы измеряются в *одних и тех же единицах*. Примером типичной транспортной задачи (ТЗ) является транспортировка продукции, находящейся на складах по предприятиям-потребителям.

распределительная задача (РЗ) линейного программирования (ЛП), в которой работы и ресурсы (исполнители) выражаются в *различных единицах измерения*. Типичным примером такой задачи является *организация выпуска разнородной продукции на оборудовании различных типов* [3].

Решение линейных задач симплекс методом

Симплексный метод линейного программирования относится к *универсальным* методам, обеспечивающим *эффективное решение экономических задач*. Сущность симплексного метода заключается в *нахождении оптимального решения задачи* путем *последовательного* рассмотрения и анализа её допустимых базисных решений (*рис. 1*) [4, 1].

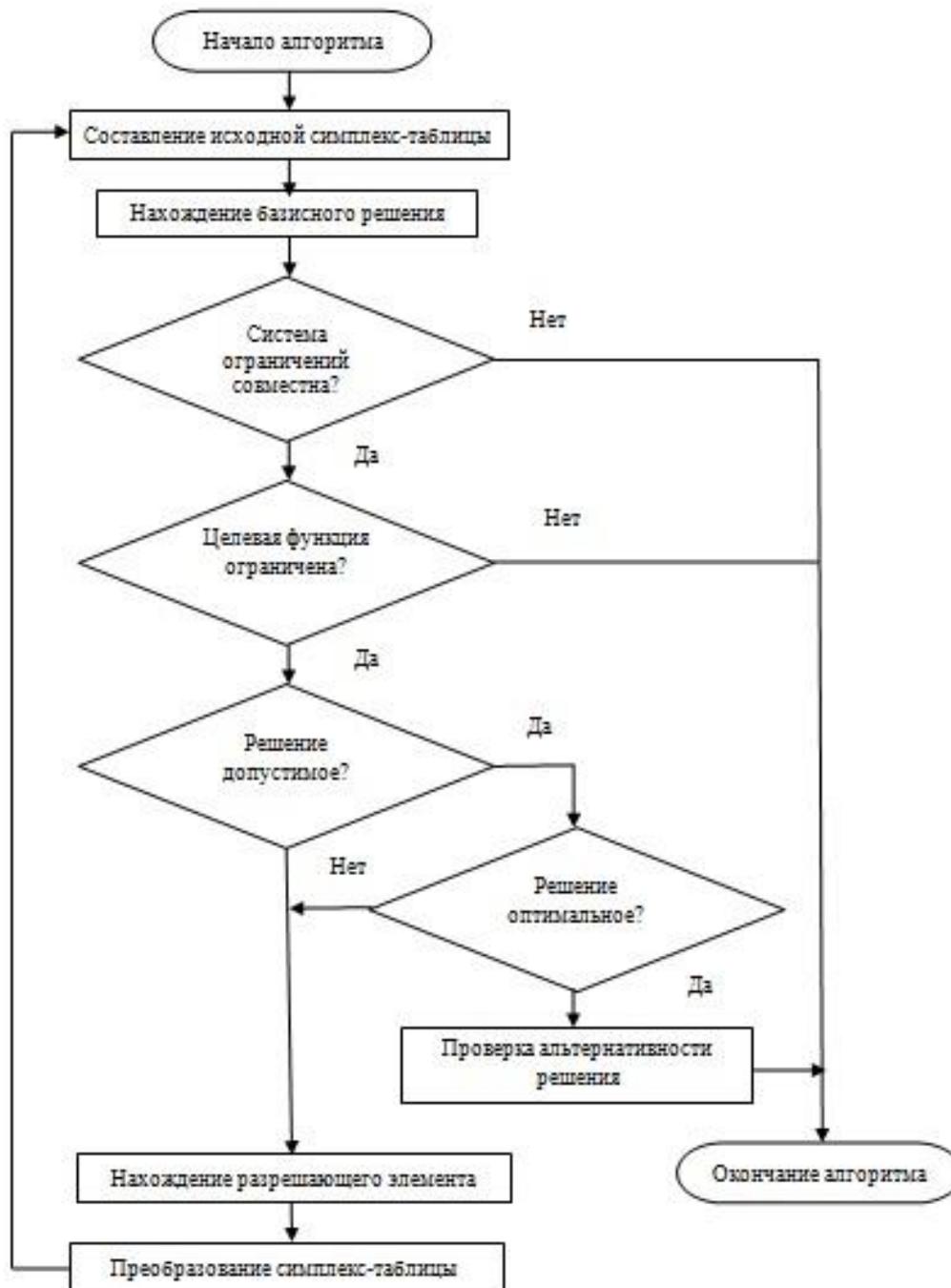


Рис. 1. Блок-схема решения распределительной задачи симплекс методом

Практическая часть

Оптимизационное моделирование в экономике

Рассмотрим в качестве примера *экономического моделирования* поиск вариантов *оптимального раскроя* листов материала на заготовки *определённого размера*.

Содержательная постановка задачи

В ходе производственного процесса из листов материала получают заготовки деталей 2-х типов А и Б тремя различными способами, при этом количество получаемых заготовок при этих способах различны. В таблице на пересечении строк и столбцов записаны количества заготовок типов А и Б при соответствующих способах раскроя (табл. 1).

Таблица 1. Исходные данные

Типы заготовки	Способы раскроя		
	1-й способ	2-й способ	3-й способ
А	10	3	8
Б	3	6	4

Необходимо выбрать *оптимальное* сочетание способов раскроя, для того чтобы получить 500 заготовок типа А и 300 заготовок типа Б при расходовании наименьшего количества листов материала.

§ 2. Формальная модель

Параметрами, значения которых требуется определить, являются количество листов материала, которые будут раскроены различными способами:

X_1 – количество листов, раскроенное способом 1;

X_2 – количество листов, раскроенное способом 2;

X_3 – количество листов, раскроенное способом 3;

Целевая функция, выражающая количество листов материала, которое надо минимизировать, примет вид:

$$F = X_1 + X_2 + X_3.$$

Ограничения накладываются требуемыми количествами заготовок типов А и Б, тогда с учётом количества заготовок, получаемых различными способами, должны выполняться два равенства:

$$10 * X_1 + 3 * X_2 + 8 * X_3 = 500;$$

$$3 * X_1 + 6 * X_2 + 4 * X_3 = 300.$$

Кроме того, количество листов не могут быть отрицательными, поэтому должны выполняться неравенства:

$$X_1 \geq 0; X_2 \geq 0; X_3 \geq 0.$$

Таким образом, необходимо найти удовлетворяющие ограничениям значения параметров, при которых целевая функция принимает *минимальное* значение [2].

ГЛАВА 3. ПОСТРОЕНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИМИЗАЦИОННОЙ МОДЕЛИ В ТАБЛИЧНОМ ПРОЦЕССОРЕ MS EXCEL 2010

Надстройка “Поиск решения”

Возможности электронных таблиц Microsoft Excel 10 не ограничиваются вычислениями по формулам и построением диаграмм и графиков. Задачи оптимизационного моделирования можно решать с помощью надстройки электронных таблиц *Поиск решения*.

Процедура поиска решения позволяет найти *оптимальное* значение формулы, содержащейся в ячейке, которая называется *целевой*. Эта процедура работает с группой ячеек, прямо или косвенно связанных с формулой в целевой ячейке. Чтобы получить по формуле, содержащейся в целевой ячейке, заданный результат, процедура *изменяет значения* во влияющих ячейках. Чтобы сузить множество значений, используемых в модели, применяются ограничения. Эти ограничения могут ссылаться на другие влияющие ячейки [2].

Компьютерная модель

Установим надстройку *Поиск решения*, войдя в приложение *Microsoft Excel 2010*.

1. В появившемся диалоговом окне ввести команду [*Файл - Параметры – Надстройки*]. В окне *Параметры Excel* щёлкнуть по кнопке *Перейти* и поставить галочку *Поиск решения < ОК >* .

2. Ячейки B2, C2, D2 выделить для хранения значений параметров X1, X2 и X3. В ячейку B4 ввести формулу =B2+C2+D2.

В ячейку B7 ввести формулу вычисления количества заготовок типа А:

$$=10*B2+3*C2+8*D2.$$

В ячейку B8 ввести формулу вычисления количества заготовок типа Б:

$$=3*B2+6*C2+4*D2 \text{ (рис. 2).}$$

	A	B	C	D
1		X1	X2	X3
2	Параметры:	0	0	0
3				
4	Целевая функция:	=B2+C2+D2		
5				
6	Ограничения			
7	Кол-во заготовок А:	=10*B2+3*C2+8*D2		
8	Кол-во заготовок Б:	=3*B2+6*C2+4*D2		
9				

Рис. 2. Таблица с введёнными формулами

Исследование модели

Для поиска оптимального набора значений параметров, который соответствует *минимальному* значению целевой функции, воспользуемся надстройкой *Поиск решения*.

В табличном процессоре Microsoft Excel 10 ввести команду [*Данные – Поиск решения*]. В диалоговом окне *Поиск решения* установить:

- адрес целевой ячейки;
- вариант оптимизации значения целевой ячейки (максимизация, минимизация или подбор значения);
- адреса ячеек, значения которых изменяются в процессе поиска решения (в которых хранятся значения параметров);
- ограничения (типа “равно” для ячеек, хранящих количество заготовок, и типа “больше или равно” для параметров) (рис. 3) и нажать на кнопку *Параметры*.

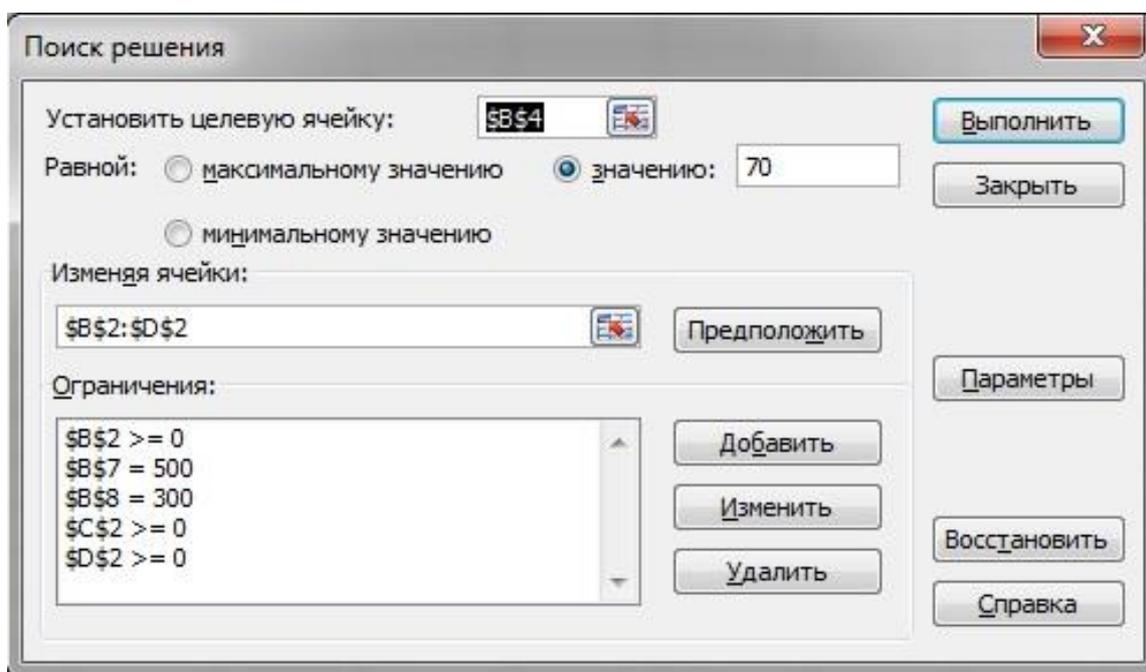


Рис.3. Диалоговое окно *Поиск решения*

В окне *Параметры* установить галочку на *Показывать результаты итераций* < ОК >.

Во вновь открывшемся диалоговом окне *Параметры поиска решения* выбрать метод решения: *Поиск решения линейных задач симплекс методом* и нажать на кнопку *Найти решение*.

В окне *Показать предварительное решение* периодически нажимать на кнопку *Продолжить* до тех пор, пока не появится окно *Результаты поиска решения* (рис. 4, табл. 2, рис. 5).

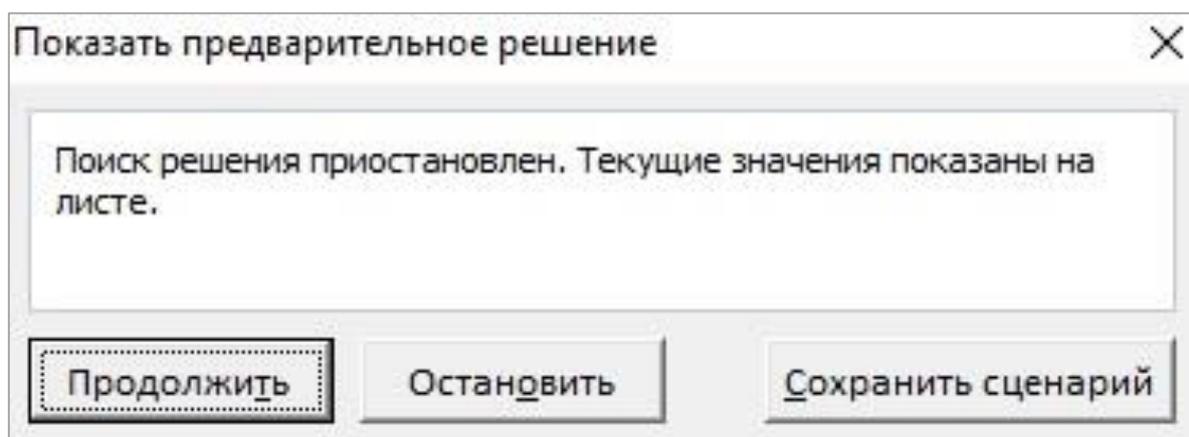


Рис. 4. Результаты итераций

Таблица 2. Показатели итераций на листе приложения

	A	B	C	D
1		X1	X2	X3
2	Параметры	50	0	0
3				
4	Целевая функция	50		
5				
6	Ограничения			
7	Кол-во заготовок А:	500		
8	Кол-во заготовок Б:	150		
9				

	A	B	C	D
1		X1	X2	X3
2	Параметры	41	29	0
3				
4	Целевая функция	70		
5				
6	Ограничения			
7	Кол-во заготовок А:	500		
8	Кол-во заготовок Б:	296		
9				

	A	B	C	D
1		X1	X2	X3
2	Параметры	20	20	30
3				
4	Целевая функция	70		
5				
6	Ограничения			
7	Кол-во заготовок А:	500		
8	Кол-во заготовок Б:	300		
9				

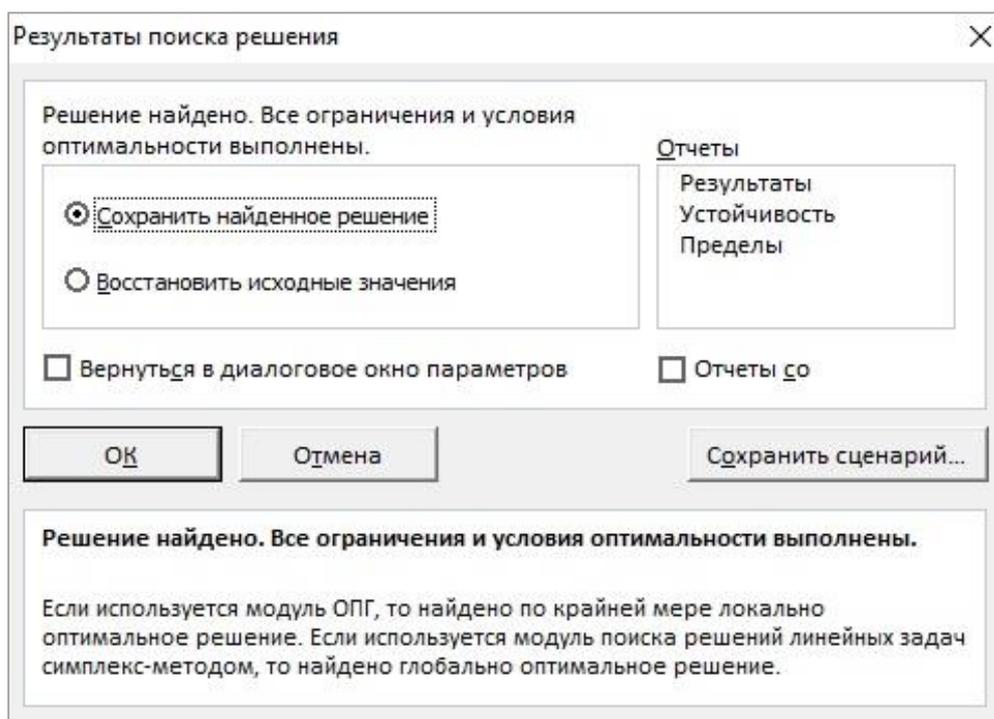


Рис. 5. Диалоговое окно *Результаты поиска решения*

Таким образом, для изготовления 500 деталей А и 300 деталей Б из 70 листов материала 20 листов необходимо раскроить по первому, 20 листов – по второму и 30 листов – по третьему варианту (табл. 2).

Для получения Отчётов в окне *Результаты поиска решения* (рис. 5) последовательно выделять *Результаты*, *Устойчивость*, *Пределы* и нажимать на <ОК>.

Во вновь открывшемся диалоговом окне *Показать предварительное решение* периодически нажимать на кнопку *Продолжить* до тех пор, пока не появится ссылка отчёта внизу листа приложения.

Заключение

Таким образом, данные модели основаны на *математическом* аппарате теории ***программирования*** (“планирование”). ***Математическое программирование*** – это раздел математики, занимающийся разработкой методов отыскания *экстремальных* значений функции, на аргументы которой наложены ограничения. Методы математического программирования используются как в экономических, так и в других системах для решения так называемых ***распределительных задач***. Распределительные задачи (РЗ)

возникают в случае, когда имеющихся в наличии ресурсов не хватает для выполнения каждой из намеченных работ *эффективным* образом и необходимо *наилучшим* образом распределить ресурсы по работам в соответствии с *выбранным критерием оптимальности* [3].

Типичным примером такой задачи является *рассмотренная* в проекте *организация выпуска* продукции на оборудовании *различных* типов.

Программное обеспечение

1. Операционная система Windows 10
2. Приложение Microsoft Office Excel 2010
3. Приложение Microsoft Office Word 2010

Список литературы

1. Алгоритм и пример симплекс метода [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.ikasteko.ru/page/algorithm_simpleks_metoda
2. Исследование информационных моделей. Элективный курс: Учебное пособие / Н.Д. Угринович – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004. – 183 с.
3. Оптимизационные модели в экономике. Способы нахождения оптимальных решений [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://studopedia.ru/7_133687_optimizatsionnie-modeli-v-ekonomike-sposobi-nahozhdeniya-optimalnih-resheniy.html
4. Симплексный метод решения задач линейного программирования [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://studopedia.ru/22_110893_simpleksniy-metod-resheniya-zadach-lineynogo-programmirovaniya.html