

ПИРАМИДЫ ОТ ДРЕВНИХ ВРЕМЕН ДО ЗАДАЧ В ЕГЭ

Анастасина Д.А.

г. Верхняя Тура Свердловской обл., МБОУ «СОШ» № 14, 10 А класс

Руководитель: Кравчук Е.Н., г. Верхняя Тура Свердловской обл. МБОУ «СОШ» № 14, учитель математики

Данная статья является реферативным изложением основной работы. Полный текст научной работы, приложения, иллюстрации и иные дополнительные материалы доступны на сайте VII Международного конкурса научно-исследовательских и творческих работ учащихся «Старт в науке» по ссылке: <https://school-science.ru/7/7/40449>.

С детства каждый из нас слышал рассказы о пирамидах, но не каждый знает, какие тайны они хранят. Произнося слово «пирамида», первое, что приходит на ум – это образы знаменитых египетских гробниц фараонов. Они нам знакомы как одно из древнейших чудес света. Монументальные сооружения, построенные египетскими зодчими еще тысячи лет назад. С ними нераздельно связаны множество тайн и загадок, над решением и объяснением которых ученые бьются и по сей день, порождая все новые версии, споры и заявления. Но, несмотря на разногласия, все сходится к одному, что пирамида – это одна из важнейших фигур геометрии, обладающая интересными свойствами. “Все на свете боится времени, а время боится пирамид”.

(Арабский писатель XIII века)

Цель исследования: дополнение и систематизация знаний о пирамиде.

Задачи исследования:

1. Найти определения пирамиды, которые были сформулированы древними учеными, и сравнить их с современным определением.
2. Изучить пирамиду как геометрическое тело.
3. Установить наличие мест расположения пирамид на Земле.
4. Изучить пирамиду не только из любопытства, а как геометрическое тело, которое изучается в геометрии в разделе стереометрии и узнать некоторые тайны пирамид.
5. Изучить пирамиду не только из любопытства, а как геометрическое тело, которое изучается в геометрии в разделе стереометрии и узнать некоторые тайны пирамид.

Из истории возникновения пирамид

Пирамиды. В одном этом слове заложено столько информации, что можно по-

тратить годы и не изучить всего. Пирамиды стоят не только во всех частях света, но даже на Марсе, являясь источником загадок для всего человечества. Традиционной науке до сих пор не известно, как и почему на разных континентах, в разных странах древние строители ушедших цивилизаций возводили почти одинаковые сооружения – пирамиды. Загадкой остается и то, с помощью каких технологий возводили эти сооружения. Даже с современными технологиями уйдет масса сил и времени, чтобы возвести пирамиду, которая бы состояла из огромных каменных блоков, хорошо отшлифованных и плотно подогнанных друг к другу, образующих правильную пирамиду. Поэтому общепринятая теория о возведении пирамид крестьянами, с использованием веревок и прочих средств выглядит достаточно скептически (отдельные блоки пирамид весят десятки тонн!), если не сказать большего. Правда, некоторые небольшие пирамиды действительно строились людьми, а некоторые пирамиды подвергались реконструкции. Но большая часть пирамид стоит в своем первоначальном виде. Другим занимательным фактом является то, что пирамиды находят в разных уголках нашей планеты: Египет, Мексика, около острова Пасхи, Японии, в районе Бермудского треугольника и во многих других местах, преимущественно одинаковых пропорций.

О пирамидах написано много. Начало египтологии, а значит, и познанию пирамид положил Наполеон, отправившись в Египетский поход на завоевание новых земель. Он взял с собой войско в 35 000 человек и присоединил к нему 500 гражданских лиц. Среди них были исследователи, эксперты, математики, астрономы, инженеры, рисовальщики, гуманитарии, естествоиспытатели и горные инженеры. Все они должны были заниматься секретами пирамид.

Пирамиды различны. Бывают ступенчатые, плоские, в виде горы, спиральные, пятигранные и других форм. Пирамиды было

принято рассматривать как небольшой комплекс. То есть до недавнего времени только некоторые индивидуумы пытались связать пирамиды как египетские, мексиканские так и другие в единый комплекс. Сейчас же большая часть ученых пытается связать их в единую сеть. Наверное, это связано с тем, что сейчас человечество выходит на новый уровень сознания, да и глупо стало рассуждать, что пирамиды являются гробницами (особенно после того, как стали находить пирамиды в местах, где тела по традиции сжигали) или ещё чем-нибудь. Безусловно, не все пирамиды нашей планеты стоит включать во всемирный комплекс пирамид. К мировой системе пирамид можно отнести и другие загадочные места планеты (Башня Дьявола, Стоунхендж и др.). Если посмотреть на «Русскую сетку», икосаэдрододекаэдрическую систему Земли (20 треугольников и 12 пятиугольников), то узлы этой сетки приходятся на монументы древности. Когда создавалась «русская сетка» (создавалась Н.Гончаровым, В.Макаровым, В.Морозовым. В 1981 году была опубликована) некоторые сооружения еще не были известны.

Пирамида с точки зрения математики

Пирамида в математике – это особый многогранник, в его составе есть боковые грани и основание. В качестве основания фигуры может выступать многоугольная фигура: квадрат, треугольник, прямоугольник. Роль боковых граней играют треугольники, имеющие одно начало – вершину. Количество углов основания определяет название пирамид: треугольные, четырехугольные, n-угольные.

Четким представлением о пирамиде как о фигуре геометрической в конце XII века делится ученый Адриен Мари Лежандр, определяя ее фигурой, образованной благодаря треугольникам, заканчивающимся на разных сторонах основания и сходящимся вершинами в одной точке.

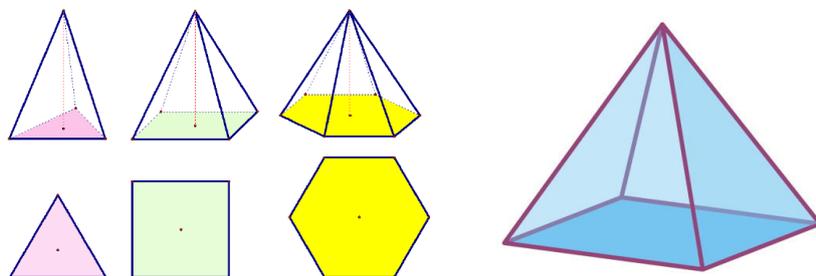
Основные свойства правильных пирамид

Правильные пирамиды – наиболее частый случай этих геометрических фигур, они обладают стабильностью и встречаются в современной архитектуре, строительстве, машиностроении и других отраслях.

Правильная – это та пирамида, в которой правильный многоугольник является основанием, а высота проецируется точно в его центр.

Для решения любых задач с участием правильных пирамид следует помнить, что:

- боковые грани ее – это равнобедренные треугольники, которые равны между собой по площади и всем признакам, основанию и боковым сторонам, одновременно являющихся ребрами;
- вокруг и внутри правильного типа пирамиды можно описать и вписать сферу;
- площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна $\frac{1}{2}$ произведения высоты грани (апофемы) и периметра основания фигуры. Не забывайте, что в правильной пирамиде апофемы равны между собой, что значительно упрощает нахождение ответа к множеству задач;
- боковые грани с плоскостью основания образуют углы равной градусной меры, поэтому, зная один из них, легко производить нужные расчеты.



• правильная треугольная пирамида и правильный тетраэдр имеют существенные различия. В первом случае, грани – равнобедренные треугольники, во втором – равносторонние, что следует учитывать при решении ряда задач.

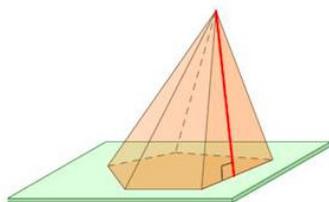
Пирамида – геометрическое тело, образованное треугольниками, сходящимися в одной точке и заканчивающаяся на различных сторонах плоского основания.

Элементы пирамиды:

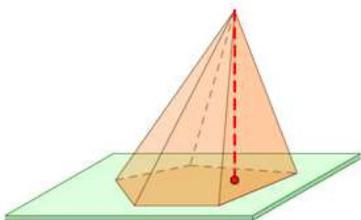
Вершина пирамиды – это точка, соединяющая боковые рёбра и не лежащая в плоскости основания.

Основание – многоугольник, которому не принадлежит вершина пирамиды.

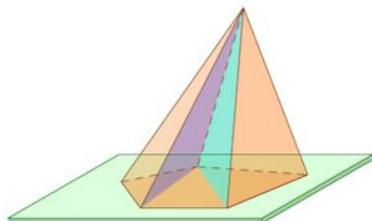
Апофема – высота боковой грани правильной пирамиды, проведённая из её вершины.



Высота – отрезок перпендикуляра, проведённого через вершину пирамиды к плоскости её основания (концами этого отрезка являются вершина пирамиды и основание перпендикуляра).



Диагональное сечение пирамиды – сечение пирамиды, проходящее через вершину и диагональ основания.

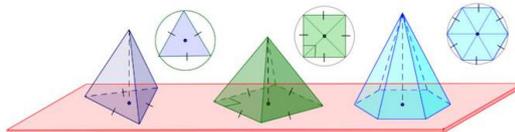


Боковые грани – треугольники, сходящиеся в вершине.

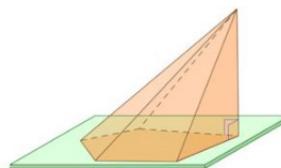
Боковые рёбра – общие стороны боковых граней.

Виды пирамид

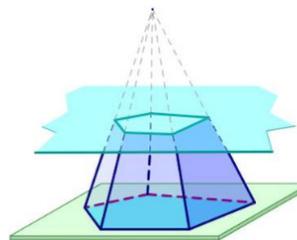
1. Правильная пирамида – основание которой является правильным многоугольником, а вершина проецируется в центр основания.



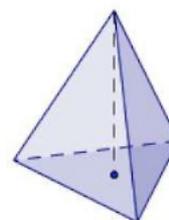
2. Прямоугольная пирамида – одно из рёбер перпендикулярно основанию.



3. Усечённая пирамида – многогранник, заключённый между основанием пирамиды и секущей плоскостью, параллельной её основанию.



4. Тетраэдр – треугольная пирамида (в тетраэдре любую сторону можно принять за основание).



Формулы

1. Объём пирамиды

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} h,$$

где S – площадь основания и h – высота;

2. Площадь боковой грани пирамиды

$$S_b = \frac{1}{2} ph.$$

3. Площадь полной поверхности

$$S = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}$$

4. Площадь боковой поверхности в правильной пирамиде

$$S_b = \frac{1}{2}Pa = \frac{n}{2}b^2 \sin \alpha,$$

где a – апофема; P – периметр основания; n – число сторон основания; b – боковое ребро; α – плоский угол при вершине пирамиды;

Пирамиды вокруг нас

Основная гипотеза возникновения пирамид

Можно предположить, что система пирамид была кем-то и когда-то создана для связи Земли с космосом... Пирамиды строились с целью вхождения в мир тонких энергий. В пирамиде закодирована информация о строении Вселенной, Солнечной системы, человека и его духовных возможностей. И еще эта геометрическая фигура обладает уникальными лечебными свойствами.



Египетские пирамиды – величайшие архитектурные памятники Древнего Египта, среди которых одно из «семи чудес света» – пирамида Хеопса и почётный кандидат «новых семи чудес света» – Пирамиды Гизы. Пирамиды представляют собой огромные каменные сооружения пирамидальной формы, использовавшиеся в качестве гробниц для фараонов Древнего Египта. Слово «пирамида» – греческое. По мнению одних исследователей, большая куча пшеницы и стала прообразом пирамиды. По мнению других учёных, это слово произошло от названия поминального пирога пирамидаль-

ной формы. Всего в Египте было обнаружено 118 пирамид (на ноябрь 2008 года).

Виды пирамид

Пирамида Хеопса (IV династия)

В древности ее высота достигала 148 метров. Сторона квадратного основания равна 233 метрам, а площадь основания превышает 54 000 квадратных метров. Общий объем всего сооружения – более 2 500 000 кубических метров. Сложена пирамида из 2 300 000 каменных глыб весом свыше 2 тонн каждая. Глыбы со всех сторон гладко отшлифованы. Это значит, что строителям пришлось обработать около 14 000 000 поверхностей, так как каждый монолит имел 6 граней. Все поверхности отшлифованы с такой математической точностью, что, соединив их, между ними нельзя просунуть тонкое лезвие ножа.

Розовая пирамида, Снофру (IV династия): 219 м (105 м);

Пирамида Хефрена (IV династия): 215 м (143 м);

Ломаная пирамида, Снофру (IV династия): 189 м (105 м);

Пирамида в Мейдуме, Снофру (IV династия): 144 м (94 м);

Пирамида Джосера (III династия): 121 x 109 м (62 м).



Пирамида на дне океана



Одним из самых загадочных и таинственных мест на нашей планете является Бермудский треугольник, где по уверениям большинства очевидцев, происходит множество необъяснимых явлений. С каждым годом в этом загадочном месте происходит все больше и больше самых разных загадочных происшествий. Среди них природные аномалии, исчезновение кораблей и самолетов, потери памяти у людей, и все это наводит страх и ужас на людей, тем самым привлекая все больше и больше путешественников и исследователей. Такой термин как Бермудский треугольник появился не много и не мало около 50 лет назад. Но тайна Бермудского треугольника так и не разгадана до нашего времени. Если в районе Бермудского треугольника действительно находится затонувшая пирамида, все легенды, связанные с этим мистическим местом, становятся объяснимы.

Пищевая пирамида



Пищевая пирамида – это символическое изображение, которое используется для популяризации здорового питания и наглядно показывает, какие продукты стоит есть каждый день, а от каких лучше отказаться. В нижней части пирамиды находятся продукты, которые рекомендуется употреблять в самом большом количестве. Чем выше расположены продукты, тем реже их следует употреблять.

Пирамида потребностей по Маслоу



Пирамида потребностей – иерархическая система потребностей человека, составленная американским психологом А. Маслоу. Причем последние три уровня: «познание», «эстетические» и «самоактуализация» в общем случае называют «Потребностью в самовыражении» (Потребность в личностном росте).

Сам Маслоу выделяет 5 уровней потребностей:

1. Физиологические: голод, жажда, половое влечение и т. д.
2. Экзистенциальные: безопасность существования, комфорт, постоянство условий жизни.
3. Социальные: социальные связи, общение, привязанность, забота о другом и внимание к себе, совместная деятельность.
4. Престижные: самоуважение, уважение со стороны других, признание, достижение успеха и высокой оценки, служебный рост.
5. Духовные: познание, самоактуализация, самовыражение, самоидентификация.

Существует также более подробная классификация. В системе выделяется семь основных уровней (приоритетов):

1. Физиологические потребности: голод, жажда, половое влечение и т. д. (нижний уровень).
2. Потребность в безопасности: чувство уверенности, избавление от страха и неудач.
3. Потребность в принадлежности и любви.
4. Потребность в уважении: достижение успеха, одобрение, признание.
5. Познавательные потребности: знать, уметь, исследовать.
6. Эстетические потребности: гармония, порядок, красота.

7. Потребность в самоактуализации: реализация своих целей, способностей, развитие собственной личности. (высший уровень).

По мере удовлетворения ниже лежащих потребностей, все более актуальными становятся потребности более высокого уровня, но это вовсе не означает, что место предыдущей потребности занимает новая, только когда прежняя удовлетворена полностью. Также потребности не находятся в неразрывной последовательности и не имеют фиксированных положений, как это показано на схеме. Такая закономерность имеет место как наиболее устойчивая, но у разных людей взаимное расположение потребностей может варьироваться.

Финансовые пирамиды



Финансовая пирамида — специфический способ обеспечения дохода за счёт постоянного привлечения денежных средств от новых участников пирамиды. Обычно финансовые пирамиды регистрируются как коммерческие учреждения и привлекают средства для финансирования некоего проекта. Если реальная доходность проекта оказывается ниже обещанных инвесторам доходов или вообще отсутствует, значит часть средств новых инвесторов направляется на выплату дохода. Закономерным итогом такой ситуации является банкротство проекта и убытки последних инвесторов. Практика показывает, что после краха пирамиды удаётся вернуть около 10 – 15% от собранной на тот момент суммы. Ведь собранные средства не направляются на покупку ликвидных активов, а сразу используются для выплат предыдущим участникам, рекламы и дохода организаторов. Чем дольше функционирует пирамида, тем меньше процент возможного возврата при её ликвидации.

Чтобы лучше разобраться в какой-либо бизнес-системе, её нужно рассматривать, прежде всего, с точки зрения банкротства. Если возможно банкротство участника системы или самой системы — это финансовая пирамида, т.е. ненадежная система. Если

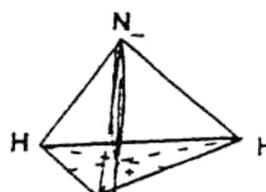
банкротство не возможно, то это не финансовая пирамида, т.е. надёжная бизнес-система.

Принципиальным отличием финансовой пирамиды от реального бизнес-проекта является источник выплаты дохода. Если сумма выплат дохода стабильно превышает размер прибавочной стоимости, которую обеспечивает данный бизнес, то данный проект является пирамидой.

Основные составляющие финансовых пирамид:

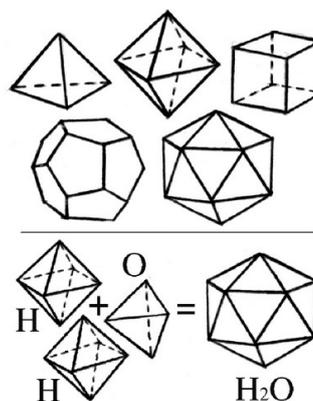
1. Деньги выплачиваются за деньги, а не за труд.
2. Нет продукта.
3. Нет продвижения чего-либо.
4. Возможно банкротство проекта и потеря вложений инвесторами.

Пирамиды в химии



Пространственное строение: молекула аммиака имеет пирамидальное строение. В вершине пирамиды азот. В углах треугольника, лежащего в основании пирамиды, атомы водорода. Перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на основание — это вектор, показывающий, что молекула аммиака полярна (диполь). Электронная плотность смещена в сторону более электроотрицательного атома — азота. Поэтому он заряжается отрицательно.

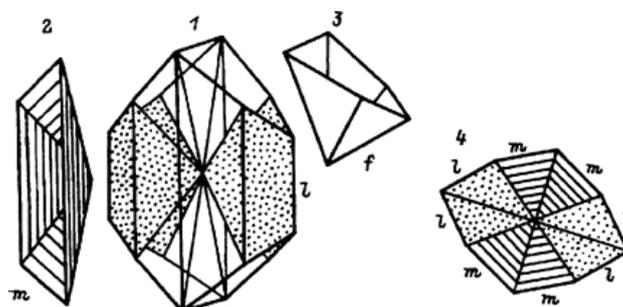
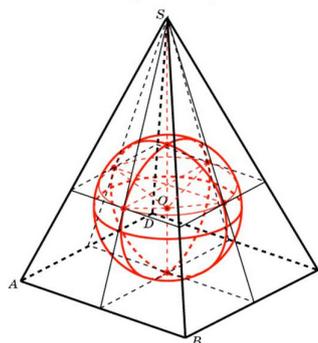
Создателем атомизма заслуженно считают древнегреческого учёного Демокрита. Основы же учения об атомах он привёз из Египта, страны пирамид. Другой древний грек, Платон, тоже посетивший Египет, представлял пять — частицы воды, огня, земли, воздуха, эфира в виде фигурных пирамид.



Пирамиды и зоны роста кристаллов

Грани каждой простой кристаллографической формы обладают специфической способностью адсорбировать вещество из среды, в которой растёт кристалл. Грани разных простых кристаллографических форм растут с различной скоростью. По этой же причине они по-разному поглощают изоморфные примеси и характеризуются разной дефектностью строения. Как результат, тело кристалла состоит из пирамид, они расходятся из центра кристалла, а их основаниями являются его внешние грани. В срезах из них получаются сектора.

в одной точке (необходимое и достаточное условие). Эта точка будет центром сферы.

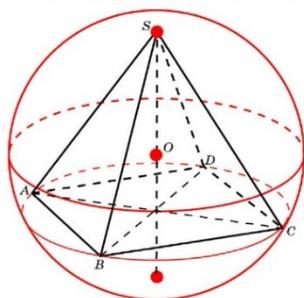


1 – общий вид кристалла; 2, 3 – формы пирамид нарастания; 4 – поперечный срез кристалла

Теоремы, связывающие пирамиду с другими геометрическими телами

Сфера

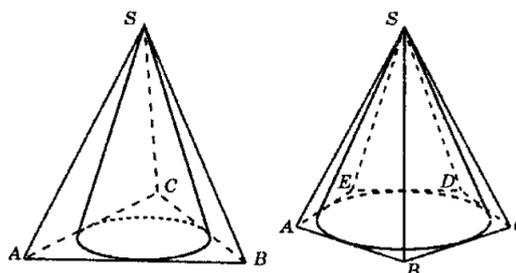
Около пирамиды можно описать сферу тогда, когда в основании пирамиды лежит вписанный многоугольник (необходимое и достаточное условие). Центром сферы будет точка пересечения плоскостей, проходящих через середины рёбер пирамиды перпендикулярно им. Из этой теоремы следует, что как около любой треугольной, так и около любой правильной пирамиды можно описать сферу.



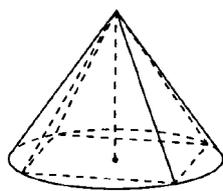
В пирамиду можно вписать сферу тогда, когда биссекторные плоскости внутренних двугранных углов пирамиды пересекаются

Конус

Конус называется вписанным в пирамиду, если вершины их совпадают, а его основание вписано в основание пирамиды. Причём вписать конус в пирамиду можно только тогда, когда апофемы пирамиды равны между собой (необходимое и достаточное условие).



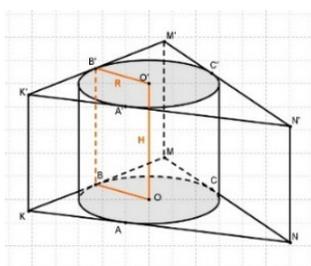
Конус называется описанным около пирамиды, когда их вершины совпадают, а его основание описано около основания пирамиды. Причём описать конус около пирамиды можно только тогда, когда все боковые ребра пирамиды равны между собой (необходимое и достаточное условие);



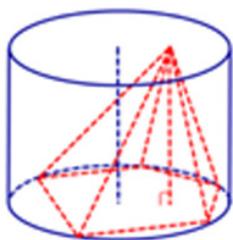
Высоты у таких конусов и пирамид равны между собой.

Цилиндр

Цилиндр называется вписанным в пирамиду, если одно его основание совпадает с окружностью вписанной в сечение пирамиды плоскостью, параллельной основанию, а другое основание принадлежит основанию пирамиды.



Цилиндр называется описанным около пирамиды, если вершина пирамиды принадлежит его одному основанию, а другое его основание описано около основания цилиндра. Причём описать цилиндр около пирамиды можно только тогда, когда в основании пирамиды – вписанный многоугольник (необходимое и достаточное условие).



Заключение

При написании проекта я узнала много интересной информации, которая усилила мой интерес к изучению данной темы. Также я надеюсь, что полученные знания в ходе моей работы пригодятся мне при сдаче ЕГЭ.

Много загадок таит окружающий нас мир, бесчисленные гипотезы и теории Мироздания. Сотни людей с различной степенью компетентности занимаются исследованием пирамид, но не каждому удастся узнать все тайны, которые они скрывают.

Список литературы

1. Геометрия, 10 –11: Учебник для общеобразовательных учреждений Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др. – 11-е изд. – М.: Просвещение, 2008.
2. <http://agat.net.ru/informs/piramida.htm>.
3. <http://swimcincinnati.com/str82.htm>.
4. <http://www.secrets.dokatorg.com/pyramid.htm>.
5. <http://mystical-pyramid.ru/>.
6. <http://www.nov-mvd.ru/press/Profilaktika/Ostorojnofinansoviepiramidi>.
7. <http://spacefacts.ru/news/science/949-что-такое-пирамида-s-tochki-zreniya-matematiki.html>.
8. <https://egemaximum.ru/piramida/>.
9. <https://ru.onlinemschool.com/math/formula/pyramid/>.
10. [https://ru.wikipedia.org/wiki/Пирамида_\(геометрия\)](https://ru.wikipedia.org/wiki/Пирамида_(геометрия)).

Приложение 1

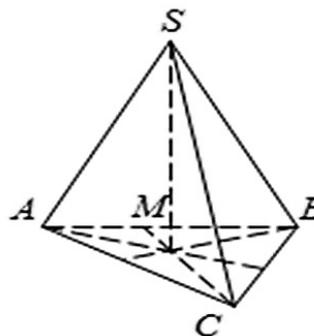
Пирамиды в ЕГЭ

Профильный уровень

В заданиях ЕГЭ есть задания из стереометрии, в них входят и задачи с пирамидами.

Задачи:

1. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с вершиной S биссектрисы треугольника ABC пересекаются в точке M . Площадь треугольника ABC равна 2; объем пирамиды равен 6. Найдите длину отрезка MS .



Решение:

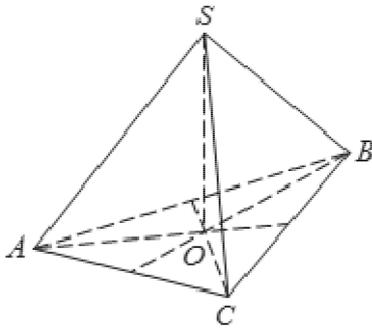
Отрезок MS высота треугольной пирамиды $SABC$, ее объем выражается формулой

$$V = \frac{1}{3} S_{ABC} MS.$$

$$\text{Таким образом, } MS = \frac{3V}{S_{ABC}} = \frac{3 \cdot 6}{2} = 9.$$

Ответ: 9.

2. В правильной треугольной пирамиде медианы основания пересекаются в точке. Площадь треугольника равна 2, объем пирамиды равен 4. Найдите длину отрезка.



Решение:

$$V = \frac{1}{3} S_{ABC} SO;$$

$$SO = \frac{3V}{S_{ABC}} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6.$$

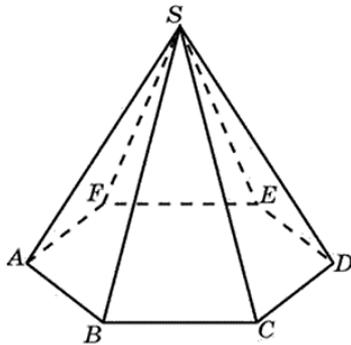
Ответ: 6 см.

Базовый уровень

Базовый уровень также содержит задачи с пирамидами.

Задача:

Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 14, боковые рёбра равны 25. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.



Решение:

$$S_{\text{бок.поверхности}} = 6S_{\text{бcs}}$$

$$S = \frac{1}{2} BC \cdot h$$

$$25^2 = 7^2 + b^2$$

$$b^2 = 25^2 - 7^2$$

$$b^2 = 625 - 49 = 576$$

$$b = 24.$$

$$S = \frac{1}{2} 14 \cdot 24 = 168 \text{ см}^2$$

$$S_{\text{бок.пов.}} = 6 \cdot 168 = 1008 \text{ см}^2.$$

Ответ: 1008 см².

К правильной шестиугольной призме с ребром 1 приклеили правильную шестиугольную пирамиду с ребром 1 так, что грани оснований совпали. Сколько граней у получившегося многоугольника (невидимые рёбра на рисунке не изображены)?



Решение. В самом начале у призмы 6 боковых сторон и еще 2 грани снизу и сверху, что в сумме дает 8 граней. У пирамиды 6 боковых граней и одно основание, получается 7. В сумме у двух фигур 8+7=15 граней. При склеивании основание пирамиды и верхняя грань призмы сливаются и исчезают. В итоге у получившейся фигуры получается 13 граней (15-2).

Ответ: 13 граней.