

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРИОДОВ ОБРАЩЕНИЯ ГАЛИЛЕЕВЫХ СПУТНИКОВ ЮПИТЕРА

Мальцев М.И.

ГАОУ ТО «ФМШ», 11 класс

Руководитель: Тарасов О.А., ГАОУ ТО «ФМШ», учитель технологии, к.ф.-м.н, доцент

*Изучение Вселенной, один
из самых благородных и смелых
подвигов человеческого разума.*

Р.З. Сагдеев

К концу 2018 года в Солнечной системе известно почти 200 ее крупных членов – 8 больших планет и 185 спутников. Процесс изучения Солнечной системы активно происходит и в наше время. В ближайшем будущем можно ожидать открытие новых спутников планет, а также других небесных тел за орбитой Плутона. Для того, чтобы открыть новые спутники планет нужны мощные телескопы. Эта задача, пока, нам не по силам.

В рамках данной работы мы поставили перед собой более скромную цель – доказать, что с помощью обычного цифрового фотоаппарата можно получить изображения галилеевых спутников Юпитера, а затем, по этим изображениям рассчитать период обращения этих спутников.

Такие методики наблюдения и расчетов были бы полезны в преподавании предмета «Астрономия» в школе, дисциплины «Астрофизика» в вузе, а также, интересны для отдельных любителей астрономии и астрономических клубов.

Задачи исследования:

1. Вывести формулу для расчета периода спутника планеты по ее угловым расстояниям и позиционным углом в разные моменты времени.

2. С помощью недорогого цифрового фотоаппарата с ультра-зум объективом получить изображения Юпитера с его спутниками текущим летом.

3. Обработать результаты вычислить периоды спутников по выведенной формуле, сравнить результаты с точными значениями, сделать выводы.

4. Подготовить лабораторную работу по определению периодов спутников Юпитера для учеников физико-математической школы Тюменской области.

5. Опубликовать данное исследование в российском журнале любителей астрономии «Звездочет».

Объект исследования – орбиты спутников Юпитера.

Предмет исследования – методика определения периодов спутников планет.

1. Экспериментальная часть

1.1. Получение фотографий

Для получения изображений спутников Юпитера нужен фотоаппарат с фокусным расстоянием объектива F более 300 мм, так как при меньшем F из-за мелкого масштаба кадра изображения Юпитера и спутников сольются друг с другом. Мы использовали фотоаппарат Olympus SP-500, который имел $F=380$ мм. Чтобы избежать дрожания изображения, мы закрепили фотоаппарат на треножнике ECSA-3750, рис. 1. Снимали с максимальным разрешением фотоаппарата в 6 мегапикселей и минимальным сжатием изображения. Лучшие из полученных снимков за шесть дней наблюдений приведены на рис. 2.



Рис. 1. Фотоаппарат Olympus SP-500 на треножнике ECSA-3750.

1.2. Расчет поля зрения фотоаппарата и масштаба кадра

Определим угол поля зрения фотоаппарата в горизонтальной плоскости, α , при фокусном расстоянии объектива $F=380$ мм. Указанное фокусное расстояние соответствует горизонтальному размеру кадра $L = 36$ мм.

Из треугольника ABC имеем

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{L/2}{F},$$

тогда

$$\frac{\alpha}{2} = \operatorname{arctg}\left(\frac{L/2}{F}\right);$$

окончательно

$$\begin{aligned} \alpha &= 2 \operatorname{arctg}\left(\frac{L/2}{F}\right) = 2 \operatorname{arctg}\left(\frac{36/2}{380}\right) = \\ &= 2 \cdot 2.71^\circ = 5,42^\circ. \end{aligned}$$

Выразим теперь поле зрения фотоаппарата сначала в минутах дуги, а потом в секундах дуги. Это сделать просто, т.к. в одном градусе 60 минут дуги (т.е. $1^\circ = 60'$), а в одной минуте дуги 60 секунд дуги (т.е. $1' = 60''$). Тогда

$$\begin{aligned} \alpha &= 5.42^\circ = 5.42'60'' = 325,2' = 325,2'60'' = \\ &= 19512''. \end{aligned}$$

Горизонтальные и вертикальные размеры кадра при разрешении 6 МПс были 2816 и 2112 пикселей, соответственно.

Тогда масштаб кадров был $19512'' / 2816$ пикселей = 6.93'' в одном пикселе.

1.3. Определение углового расстояния спутников по фотографиям в программе Microsoft Paint

Полученные снимки Юпитера и его спутников обрабатывали в программе Microsoft Paint. Выделяли на снимке такой прямоугольный участок изображения, чтобы одна из вершин прямоугольника попала в центр изображения спутника, а противоположная ей вершина – в центр изображения Юпитера, рис. 3.

Инструмент «Выделение» позволяет определить ширину W и высоту H прямоугольника в пикселях, информация о которых появляется в нижнем поле окна программы. Линейное расстояние r между спутником и планетой – это расстояние, равное диаго-

нали прямоугольника. По теореме Пифагора это расстояние легко рассчитать, как

$$r = \sqrt{W^2 + H^2}.$$

К примеру, на рис. 3 имеем $W=71$ пиксель, $H=14$ пикселей. Тогда

$$r = \sqrt{71^2 + 14^2} = 72.4 \text{ пикселя.}$$

Рассчитав линейное расстояние r между спутником и Юпитером в пикселях, можно перейти к определению углового расстояния α между ними. Так, для рис. 2 мы получили $r=72.4$ пикселя. Значит, угловое расстояние равно $\alpha = 72.4$ пикселя / 6.93 (секунд дуги / пиксель) = 502 секунды дуги.

Результаты расчета угловых расстояний спутников Юпитера по снимкам (рис. 2) за шесть дней наблюдений приведены в табл. 2. Видно достаточно хорошее совпадение расчетных (в программе StarCalc) и наблюдаемых величин угловых расстояний.

1.4. Определение положения спутников в программе StarCalc

Четыре галилеевых спутника Юпитера имеют очень близкую яркость, поэтому различить их при наблюдениях друг от друга невозможно (см. табл. 1).

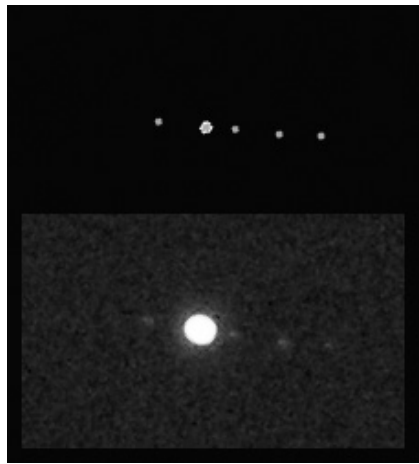
Таблица 1

Средняя яркость спутников на период наблюдений

Ио	5.2 m
Европа	5.5 m
Ганимед	4.8 m
Каллисто	5.8 m

Для определения положения спутников мы пользовались программой StarCalc версии 5.73, которую написал российский любитель астрономии и программист из г. Воронеж А.Е. Завалишин.

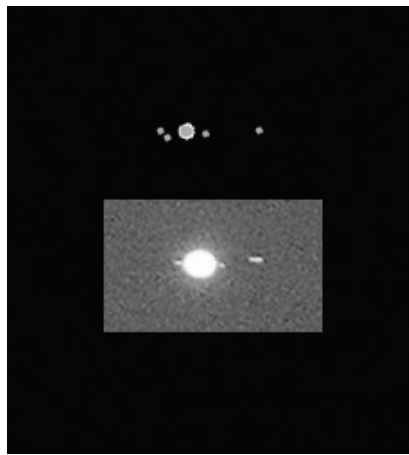
В отдельном окне программы можно получить информацию о линейном угле, о позиционном угле φ и угловом расстоянии α спутников от планеты. Эти данные для шести моментов времени наших наблюдений приведены в табл. 2, ниже. Расчетные и полученные из наблюдений значения α имеют хорошее совпадение. Методика расчета приведена в следующей главе.



2 июля 2018



3 июля 2018



8 июля 2018



9 июля 2018



11 июля 2018



13 июля 2018

Рис. 2. Фотографии Юпитера и его спутников (внизу) и их взаимные положения (вверху), рассчитанные в программе StarCalc, на те же моменты местного времени – 23°. Изображения Юпитера и спутников вытянуты вследствие вращения небесной сферы (вызванной вращением Земли вокруг оси). Длительность снимков от 2 до 5 секунд

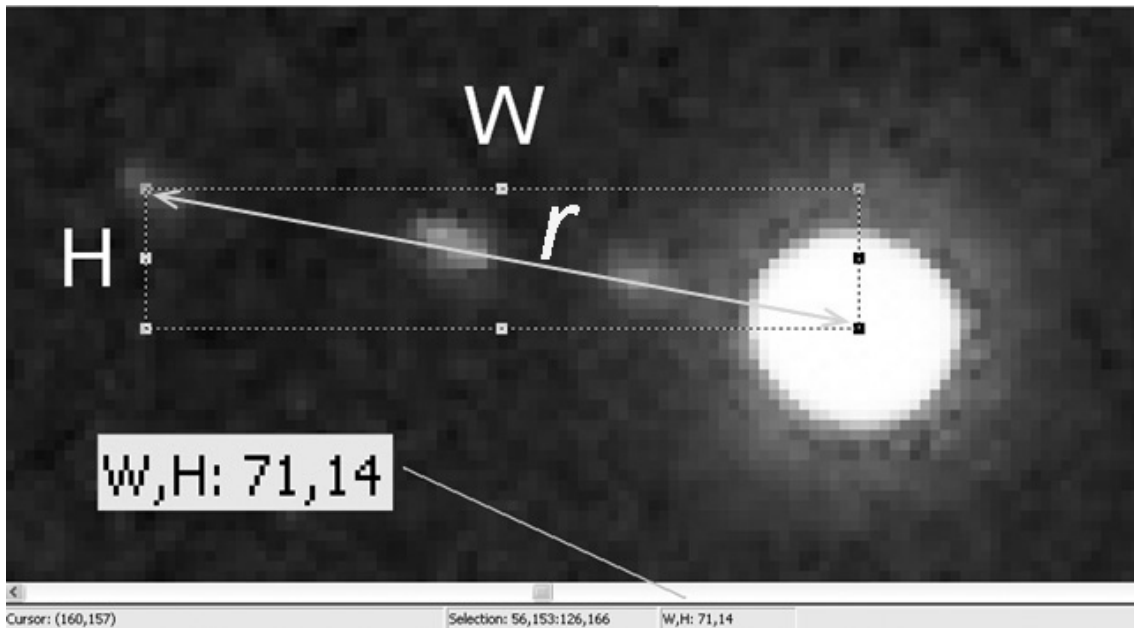


Рис. 3. Вид окна программы Microsoft Paint при определении углового расстояния γ спутника от Юпитера

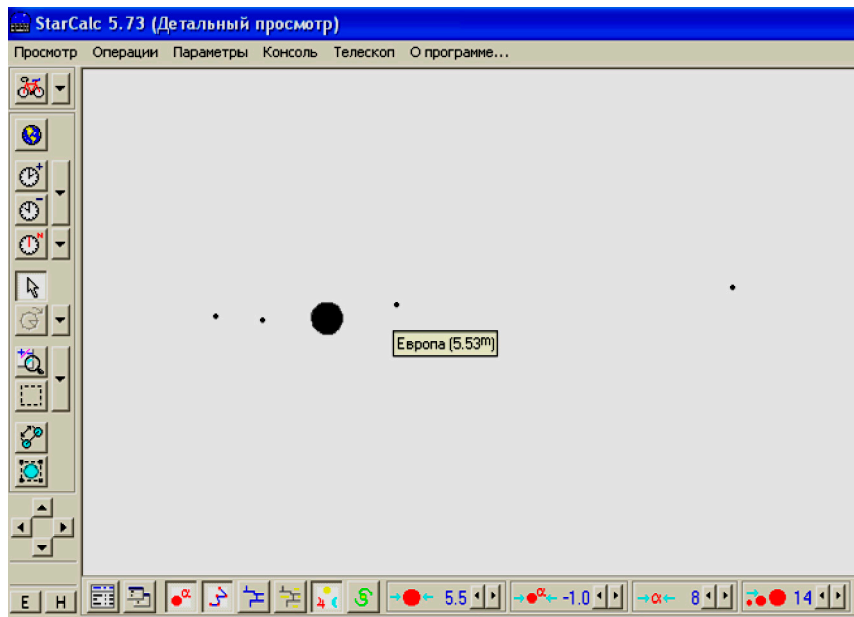


Рис. 4. Вид окна программы StarCalc в масштабе 43600% с Юпитером и его спутниками.

Таблица 2

Данные о Юпитере и его четырех галилеевых спутниках, рассчитанные в программе StarCalc и полученные из наблюдений

Дата/ Величина	Юпитер	Спутники Юпитера:															
		Ио				Европа				Ганимед				Каллисто			
		Позиционный угол φ , градусы [Star Calc]	Угловое расстояние α , секунды дуги		Позиционный угол φ , градусы [Star Calc]	Угловое расстояние α , секунды дуги		Позиционный угол φ , градусы [Star Calc]	Угловое расстояние α , секунды дуги		Позиционный угол φ , градусы [Star Calc]	Угловое расстояние α , секунды дуги					
расчет [Star Calc]	наблюдение		расчет [Star Calc]	наблюдение		расчет [Star Calc]	наблюдение		расчет [Star Calc]	наблюдение							
2 июля	4.397	78	131.2	132	98	207.2	212	277	327.0	351	279	504.2	509				
3 июля	4.404	97	126.4	133	285	71.6	-	272	148.7	155	278	584.1	577				
8 июля	4.444	100	94.6	76	268	55.2	64	281	239.7	229	120	70.4	-				
9 июля	4.453	279	121.6	106	98	205.8	194	278	330.1	314	103	274.6	264				
11 июля	4.471	276	116.2	118	277	196.4	201	107	98.1	83	99	548.3	534				
13 июля	4.490	268	36.6	91	96	148.1	165	97	290.7	298	97	519.1	496				
Среднее	4.44 а.е.																

Примечания:
1 а.е. = 149.6 млн. км
4,44 а.е. = 664.22 млн. км

Наблюдения проводились в 23⁰⁰ по местному времени.

Прочерк означает отсутствие данных, из-за того, что спутник имел слишком малое угловое расстояние от Юпитера и потерялся в его блеске (смотри, например, фото за 13 июля на рис. 2).

2. Расчетная часть

2.1. Расчет периода обращения спутников Юпитера

Пусть R – это радиус орбиты спутника Юпитера, а φ – это позиционный угол спутника (рис. 5). Тогда при наблюдениях с Земли спутник имеет линейное расстояние от Юпитера r .

Из треугольника ABC следует, что радиус орбиты и линейное расстояние спутника связаны, как

$$r = R \cos \varphi. \quad (1)$$

Спутник движется по своей орбите с постоянной угловой скоростью ω . Поэтому угол φ меняется по линейному закону от времени t

$$\varphi = \omega t + \varphi_0, \quad (2)$$

где φ_0 – начальный позиционный угол в момент времени $t = 0$.

При наблюдениях с Земли линейному расстоянию (удалению) r спутника от Юпитера соответствует угловое расстояние (угол) α . Из треугольника ACE следует, что угол α связан с линейным расстоянием r спутника от Юпитера и с расстоянием от Земли до Юпитера l как

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{r}{l}. \quad (3)$$

Поскольку расстояние от Земли до Юпитера велико (на момент наших наблюдений около 664.22 млн. км), а радиус орбиты самого удаленного из четырех галилеевых спутников – Каллисто равен 1.88 млн. км, то угол α очень мал. Для спутника Каллисто он не превышает $\alpha = \operatorname{arctg}(1.88/664.22) = \operatorname{arctg}(0.0028) = 0.16^\circ$, а для трех более близких галилеевых спутников еще меньше. Это мы учтем далее при выводе формулы.

Подставив в формулу (3) формулы (1) и (2) имеем

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{R \cos \varphi}{l} = \frac{R \cos(\omega t + \varphi_0)}{l}. \quad (4)$$

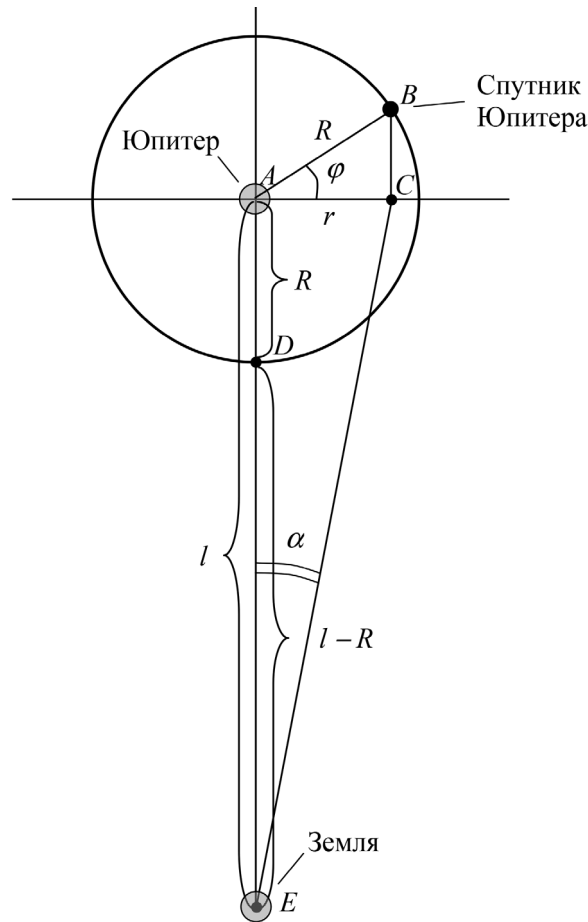


Рис. 5. К расчету периода обращения спутника

Пусть мы наблюдаем спутник Юпитера в два момента времени $t_1 = 0$ и $t_2 = \Delta t$. Им соответствуют два значения углового расстояния спутника от планеты α_1 и α_2 , для которых, согласно (4), справедливо

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha_1 &= \frac{R \cos(\omega t + \varphi_0)}{l} = \frac{R \cos(\varphi_0)}{l}, \\ \operatorname{tg} \alpha_2 &= \frac{R \cos(\omega \Delta t + \varphi_0)}{l} \end{aligned}$$

и, следовательно

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1} = \frac{\cos(\omega \Delta t + \varphi_0)}{\cos(\varphi_0)}. \quad (5)$$

Так как величины α_1 и $\alpha_2 \ll 1^\circ$, то

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1} \approx \frac{\alpha_2}{\alpha_1}.$$

Следовательно, формулу (5) можно упростить до

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{\cos(\omega \Delta t + \varphi_0)}{\cos(\varphi_0)}. \quad (6)$$

Угловая скорость ω связана с периодом обращения T спутника как

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Заменив ω в формуле (6) имеем

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{\cos\left(\frac{2\pi}{T} \Delta t + \varphi_0\right)}{\cos(\varphi_0)}.$$

Тогда, выражая искомый период T , имеем

$$\cos\left(\frac{2\pi}{T} \Delta t + \varphi_0\right) = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \cos(\varphi_0);$$

$$T = \frac{2\pi \Delta t}{\arccos\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \cos \varphi_0\right) - \varphi_0}. \quad (7)$$

Расчеты периодов обращения галилеевых спутников Юпитера будем делать, в дальнейшем, по формуле (7).

2.2. Результаты расчетов и их обсуждение

По данным табл. 2 мы рассчитали периоды обращения Ганимеда и Каллисто вокруг Юпитера.

Для Ганимеда использовали пары данных о его позиционном угле и угловом расстоянии 2–3 июля, 8–9 июля и 11–13 июля.

Для Каллисто использовали пары данных за 2–3 июля и 11–13 июля. Данными за 8–9 июля воспользоваться было нельзя, т.к. 8 июля Каллисто был расположен близко к Юпитеру и их изображения слились (рис. 2). Поэтому данные об угловом расстоянии Каллисто за 8 июля отсутствовали.

Периоды обращения Ио и Европы рассчитаны не были, т.к. за интервал времени между наблюдениями (одни сутки) эти спутники смещались более чем на 45° по позиционному углу (а именно, на $360^\circ/1.77 = 203.4^\circ$ и $360^\circ/3.55 = 101.4^\circ$) и тогда формула (7) неприменима.

Для расчетов по формуле (7) необходимо привести значения позиционного угла к диапазону $0-45^\circ$. Это легко сделать вычитанием из действительного значения угла величины в 90° , 180° или 270° . Результаты расчетов периодов обращения Ганимеда и Каллисто приведены в таблице 3.

Для наглядности покажем пример расчетов для Ганимеда по данным за 2–3 июля. Из таблицы 2 находим, что позиционный угол Ганимеда 2 июля равен 277° . Тогда приведенный угол равен $277^\circ - 270^\circ = 7^\circ$. Интервал времени Δt между наблюдениями (2 и 3 июня) равен 1 сутки. Подставляя теперь данные за 2 и 3 июня в формулу (7), и пользуясь тем, что в 1 радиан = 57.3° , получим период обращения Ганимеда в сутках

$$T = \frac{2\pi \Delta t}{\arccos\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \cos \varphi_0\right) - \varphi_0} = \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 1 \text{ сутки}}{\arccos\left(\frac{155''}{351''} \cos 7^\circ\right) - 7^\circ} =$$

$$= \frac{6.28 \text{ суток}}{57.18^\circ/57.3^\circ} = \frac{6.28 \text{ суток}}{0.9979} \approx 6.31 \text{ суток.}$$

Таблица 3

Приведенные значения позиционных углов, наблюдаемые значения угловых расстояний и рассчитанные значения периодов обращения Ганимеда и Каллисто

Спутник	Ганимед			Каллисто			
	Дата	Приведенный позиционный угол, градусы	Угловое расстояние, секунды дуги	Рассчитанный период обращения, сутки	Приведенный позиционный угол, градусы	Угловое расстояние, секунды дуги	Рассчитанный период обращения, сутки
	2 июля	7	351	6.31	9	509	17.65
	3 июля		155			577	
	8 июля	11	229	6.51	30	–	–
	9 июля		314			264	
	11 июля	17	83	6.25	9	534	18.89
	13 июля		298			496	
	Среднее значение			6.36			18.27
	Истинное значение			7.16			16.69

Рассчитанные значения периодов обращения Ганимеда (три значения) и Каллисто (два значения) соответственно усреднили и получили 6.36 и 18.27 суток. Полученные средние результаты периодов обращения находятся в достаточно хорошем соответствии с истинными значениями периодов в 7.16 и 16.69 суток. Относительные погрешности определения периодов обращения Ганимеда и Каллисто составили соответственно

$$(7.16 - 6.36) / 6.36 \cdot 100\% \approx 12,6\%$$

$$(18.27 - 16.69) / 16.69 \cdot 100\% \approx 9,5\%$$

Это очень неплохо, учитывая, что мы использовали далеко не профессиональную астрономическую аппаратуру.

Выводы

1. Мы доказали на практике, что с помощью обычного недорогого цифрового ультра-зум фотоаппарата можно получить изображения всех четырех галилеевых спутников Юпитера.

2. Кроме того, мы установили, что при попиксельной обработке полученных снимков можно определить угловые расстояния спутников от Юпитера с точностью порядка 10%.

3. Это дает возможность с помощью выведенной нами формулы определить периоды спутников с точностью около 10%.

4. Полученный практический результат позволил подготовить лабораторную работу по определению периодов спутников Юпитера, которая проводится в рамках предмета «Астрономия» для учеников физико-математической школы Тюменской области.

5. Проанализировав советскую и современную учебную и методическую литературу по астрономии, мы с удивлением обнаружили, что в ней отсутствуют лабораторные работы по определению периода спутников планет. Это кажется досадным упущением, особенно в свете теперешнего развития любительской фотоаппаратуры. Мы надеемся, что наше исследование поможет исправить этот недостаток и сделает астрономию для многих нагляднее и ближе.

Список литературы

1. Уипл Ф.Л. Семья Солнца: Планеты и спутники Солнечной системы / Пер. с англ. Ю.И. Ефремова. – М.: Мир, 1984. – С. 169–264.
2. Уральская В.С. Спутниковые системы планет // Земля и Вселенная. – 2002. – № 2. – С. 3–15.
3. Зигель Ф.Ю. Астрономия в ее развитии. – М.: Просвещение, 1988.
4. Спутники Юпитера // Википедия. – <http://ru.wikipedia.org>.
5. Розивика И. Танцы спутников Юпитера. // Звездочет: научно-популярный астрономический журнал. – 1998. – №8. – С. 26–29.
6. Томили А.Н. Небо Земли. Очерки по истории астрономии. – Л.: Детская литература, 1974. – С. 136–138.