### ПАЛИНДРОМЫ И РЕПЬЮНИТЫ

### Сурова А.А.

МБОУ гимназия № 121, 7 «Б» класс Руководитель: Шагина Э.М., МБОУ гимназия № 121, учитель математики

Актуальность данной темы заключается в том, что использование нестандартных приемов в формировании вычислительных навыков помогает сэкономить время на уроке, успешно сдать экзамен как в 9-м, так и в 11-м классе по математике.

Числа палиндромы и репьюниты образуют одно из наиболее интересных подмножеств множества натуральных чисел. Они обладают необычной историей, удивительными свойствами.

Было проведено исследование среди 7, 8, 9, 11 классов и выяснилось, что многие ребята слышали об этих числах, но подробную информацию знают единицы. Многие из опрошенных учащихся хотели бы узнать об этих числах больше.

В настоящее время при переходе на новые стандарты меняются цели основного и среднего (полного) образования. Одна из главных задач, стоящих перед нами, учителями, в условиях модернизации образования - вооружить учащихся осознанными, прочными знаниями, развивая их самостоятельное мышление. В условиях развития новых технологий возрос спрос на людей, обладающих нестандартным мышлением, умеющих ставить и решать новые задачи. Поэтому в практике работы современной школы все большее распространение приобретает исследовательская деятельность учащихся как образовательная технология, направленная на приобщение учащихся к активным формам получения знаний. Научноисследовательская деятельность является:

- 1) мощным средством, позволяющим увлечь новое поколение по самому продуктивному пути развития и совершенствования;
- 2) одним из методов повышения интереса и соответственно качества образовательного процесса.

Цель: познакомиться с числами палиндромами и репьюнитами и выявить эффективность их применения для обучения современных школьников. Практически все математические понятия, так или иначе, опираются на понятие числа, а конечный результат любой математической теории, как правило, выражается на языке чисел. Многие из них, особенно натуральные числа по тем или иным признакам и свойствам сгруппированы в отдельные структуры (совокупности) и имеют собственные имена.

### Задачи:

- раскрыть историю возникновения счета;
- рассмотреть некоторые приемы устных вычислений и на конкретных примерах показать преимущества их использования;
  - изучить литературу по теме исследования;
- рассмотреть свойства палиндромов и репьюнитов;
- установить связь между палиндромами и репьюнитами;
- выяснить, какую роль играют простые числа в изменении свойств заинтересовавших нас чисел.

**Гипотеза**: если использовать нестандартные приемы вычислений, то скорость вычислений увеличивается, а количество ошибок уменьшается.

Простые числа – это часть чисел, из которых состоят все натуральные числа.

Исследуя множество простых чисел, можно получить удивительные числовые множества с их необыкновенными свойствами.

**Предмет** исследования – множество простых чисел.

**Объект** исследования –числа палиндромы и репьюниты.

Методы исследования:

- теоретический
- анкетирование
- анализ

Практически все математические понятия, так или иначе, опираются на понятие репьюнитов, а конечный результат любой математической теории, как правило, выражается на языке чисел.

Работа посвящена изучению удивительных чисел: палиндромов и репьюнитов, установлению связи между ними.

### 1. Палиндромы

История теперь палиндрома насчитывает примерно два тысячелетия. Определено другое название — квадропалин. Палиндром — свойство фракталов, кристаллов и живой материи. Способность самокопирования лежит в человеческой природе глубоко, на генетическом уровне. Молекулы ДНК обнаруживают палиндромные элементы. Сам человек являет собой наглядный пример палиндрома, точнее, частный случай вертикальной симметрии.

Есть такие удивительные фразы, которые читаются одинаково и слева направо,

и справа налево. Когда я читала книгу Алексея Константиновича Толстого «Буратино», то обратила свое внимание на такую фразу: *А роза упала на лапу Азора*. Именно ее просила написать в диктанте неуча Буратино капризная Мальвина.

Называются такие взаимообратные фразы **палиндромами**, что в переводе с греческого означает «бегущий назад, возвращающийся». Палиндром — одна из древнейших форм литературных экспериментов. Изобретение европейских палиндромов приписывается греческому поэту Сотаду (300 г. до н.э.).

Известен греческий палиндром, вырезанный на купели византийского храма Софии в Константинополе: niyon anomhmata mh monan oyin (омывайте дущу так же как и тело). Здесь уже проявляется заговорный характер палиндрома — записанная по кругу надпись должна служить заклятием от злых сил, не допуская их к святой купели.

Вот некоторые палиндромные фразы: Аргентина манит негра. Умер, и мир ему. Лезу на санузел. У дуба буду. Около Миши молоко. Вот сила типа капиталистов. Ешь немытого ты меньше! Откопать тапокто? «Пустите!» — Летит супу миска Максиму. — «Пустите, летит суп!» Я не реву — уверен я. А муза рада музе без ума да разума. Кулинар, храни лук. Ты, милок, иди яром: у дороги мина, за дорогой огород, а за ним и город у моря; иди, коли мыт. Он в аду давно. Ого, вижу живого.

Меня заинтересовал вопрос. Интересно, есть ли палиндромы в математике? И можно ли перенести эту же идею - идею взаимообратного, симметрического прочтения – в математику. Симметрия (греч.) – соразмерность, одинаковость в расположении частей. Симметричным называется такой объект, который можно как-то изменять, получая в результате то же, с чего начали. Многие объекты живой природы, например лист, снежинку, бабочку объединяет то, что они симметричны. Если их мысленно сложить вдоль начерченной прямой, то их половинки совпадут. А если поставить зеркальце вдоль прочерченной линии, то отраженная в нем половинка фигуры дополнит ее до целой. Поэтому такая симметрия называется зеркальной. Прямая, вдоль которой поставлено зеркало, называется осью симметрии. Ежедневно каждый из нас по несколько раз в день видит свое отражение в зеркале. Это настолько обычно, что мы не удивляемся, не задаём вопросов, не делаем открытий. И только философы и математики не теряют способности удивляться.

Что же меняется в предмете при его отражении в зеркале? Мы провели опыты с зеркалами. Если поставить зеркало сбоку от

буквы A, то увидим в зеркале ту же самую букву. Но если поставить зеркало снизу, отражение уже не похоже на A – это A вверх дном. A вот если поставить зеркало снизу буквы B, отражение выглядит так же. Зато поставив зеркало сбоку от нее, получим B задом наперед.

Буква A имеет вертикальную симметрию, а буква В – горизонтальную. Итак, мы выяснили, что зеркальная симметрия меняет местами верх-низ, лево-право. Оказывается и среди чисел есть палиндромы. Найти числа-палиндромы в математике не составило труда. Я попыталась составить запись числа для этих чисел-палиндромов.

yy - в двузначных числах-палиндромах число единиц совпадает с числом десятков.

хах — в трехзначных числах-палиндромах число сотен всегда совпадает с числом единиц.

хаах - в четырехзначных числах-палиндромах число единиц тысяч совпадает с числом единиц, а число сотен с числом десятков и т.д.

Палиндромные формулы вызвали у меня больший интерес. Под формулами-палиндромами понимают выражение, состоящее из суммы или разности чисел, результат которого не меняется в результате прочтения выражения справа налево.

Если сложить числа-палиндромы, то сумма не меняется.

Например: 22 + 66 = 66 + 22.

В общем виде это можно записать так:  $\overline{xx} + \overline{yy} = \overline{yy} + \overline{xx}$ 

**Задача 1**. Найти все пары таких двузначных чисел, чтобы результат их сложения не менялся в результате прочтения суммы справа налево, например, 42 + 35 = 53 + 24.

Запишем равенство:

$$\overline{x_1y_1} + \overline{x_2y_2} = \overline{y_2x_2} + \overline{y_1x_1}.$$

Представим наши числа в виде суммы разрядных слагаемых:

$$(10x_1 + y_1) + (10x_2 + y_2) = (10y_2 + x_2) + (10y_1 + x_1)$$

$$10x_1 + y_1 + 10x_2 + y_2 = 10y_2 + x_2 + 10y_1 + x_1.$$

Слагаемые с x перенесем в левую часть равенства, а с y - в правую:

 $10x_1 - x_1 + 10x_2 - x_2 = 10y_1 - y_1 + 10y_2 - y_2$ . Применим распределительное свойство:

$$9 x_1 + 9 x_2 = 9 y_1 + 9 y_2$$
  

$$9(x_1 + x_2) = 9(y_1 + y_2)$$
  

$$x_1 + x_2 = y_1 + y_2.$$

То есть для решения нашей задачи сумма первых цифр должна быть равна сумме их вторых цифр.

Теперь можно составлять такие суммы:

$$76 + 34 = 43 + 67$$
  
25 + 63 = 36 + 52 и т.д.

Задача 2. Найти все пары таких двузначных чисел, чтобы результат их вычитания не менялся в результате прочтения разности справа налево.

 $\overline{x_1}y_1 - \overline{x_2}y_2 = \overline{y_2}x_2 - \overline{y_1}x_1$  Представив наши числа в виде суммы разрядных слагаемых и выполнив нужные преобразования, получим, что для решения нашей задачи у таких чисел должны быть равны суммы цифр.

$$(10x_1 + y_1) - (10x_2 + y_2) = (10y_2 + x_2) - (10y_1 + x_1)$$

$$10x_1 + y_1 - 10x_2 - y_2 = 10y_2 + x_2 - 10y_1 - x_1$$

$$10x_1 + x_1 + y_1 + 10y_1 = 10y_2 + y_2 + 10x_2 + x_2$$

$$11x_1 + 11y_1 = 11x_2 + 11y_2$$

$$11(x_1 + y_1) = 11(x_2 + y_2)$$

$$x_1 + y_1 = x_2 + y_2$$
Taylory, Moryello recognizer, when provided the

Теперь можно составлять такие разности:

$$41 - 32 = 23 - 14$$
  
 $46 - 28 = 82 - 64$   
 $52 - 16 = 61 - 25$  и т.д.

В случае умножения имеем:  $63 \cdot 48 = 84 \times 10^{-4}$  $\times 36, 82 \cdot 14 = 41 \cdot 28, ... -$  при этом произведение первых цифр у чисел  $N_1$  и  $N_2$  равно произведению их вторых цифр  $(x_1 \cdot \tilde{x}_2 = y_1 \cdot y_2)$ .

Наконец, для деления сделать получаем опыт такие примеры: 82/41=28/14; 62/31=26/13 и т.д.

В этом случае произведение первой цифры числа N<sub>1</sub> на вторую цифру числа N<sub>2</sub> равно произведению двух других их цифр, T.e.  $x_1 \cdot y_2 = x_2 \cdot y_1$ .

Я попыталась доказать формулу-палиндром для произведения. Вот что у меня по-

$$N_{1} = \frac{x_{1}y_{1}}{x_{2}y_{1}} = 10x_{1} + y_{1} N_{3} = \frac{y_{2}x_{2}}{y_{2}x_{2}} = 10y_{2} + x_{2}$$

$$N_{2} = \frac{x_{2}y_{2}}{x_{2}y_{2}} = \frac{10x_{2}}{10x_{2}} + y_{2} N_{4} = \frac{y_{1}x_{1}}{y_{1}x_{1}} = 10y_{1} + x_{1}$$

$$N_{1} \cdot N_{2} = \frac{x_{1}y_{1}}{x_{1}y_{1}} \cdot \frac{x_{2}y_{2}}{x_{2}y_{2}} = (10x_{1} + y_{1}) \cdot (10x_{2} + y_{2})$$

$$N_{3} \cdot N_{4} = \frac{y_{2}x_{2}}{y_{2}x_{2}} \cdot \frac{y_{1}x_{1}}{y_{1}x_{1}} = (10y_{2} + x_{2}) \cdot (10y_{1} + x_{1})$$

бовалось доказать.

С помощью понятий числа – палиндром и формулы-палиндромы можно решать задачи на делимость чисел, которые часто встречаются в олимпиадах по математике. Вот олна из них:

Задача. Докажите, что если из трехзначного числа вычесть число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке, разность будет делиться на 9.

Решение.

abc-cba=100a+10b+c-(100c+10b+a)=100a+10b+c-100c-10b-a=99a-99c=99(ac)=9·11(a-c), т.е. данное произведение всегда делится класса на 9.

Между прочим, превращается нашему поколению выпала большая удача, не каждому человеку выпадает прожить хотя бы один палиндромный год, а уж тем более два – 1991-й и 2002-й. Ведь предыдущий был в 1881-м, а следующий – в 2112-м. В своей работе мы прикоснулись к удивительному математическому явлению - симметрии, в частности к ее проявлению – палиндромам.

В своей работе я рассмотрела числапалиндромы, формулы-палиндромы для суммы и разности, произведения и частного двузначных чисел и смогла их доказать. Путь познания законов гармонии и красоты долог и труден, и мы находимся только в его начале.

Числовые палиндромы – это натуральные числа, которые одинаково читаются справа налево и слева направо. Иначе говоря, отличаются симметрией записи (расположения цифр), причём число знаков может быть как четным, так и нечётным.

Например: 121; 676; 1331; 4884; 94949; 1177711; 1178711 и т. д.

Изучая палиндромы, автор данной работы задает вопрос: «Как из других чисел можно получить палиндромы?»

Палиндром можно получить как результат операций над другими числами. Для этого воспользуемся известным алгоритмом.

Алгоритм получения палиндрома:

- Возьми любое двузначное число
- Переверни его (переставь цифры справа налево)
  - Найди их сумму
  - Переверни полученное число
  - Найди их сумму
- Повторяй аналогичные действия до тех пор, пока не получится палиндром

Пример:

- a) 96
- b) 96 + 69 = 165
- c) 165 + 561 = 726
- d) 726 + 627 + 1353
- e) 1353 + 3531 + 4884

В результате проделанной работы я пришла к выводу, что, используя составленный алгоритм, из любого двузначного числа можно получить число-палиндром.

Можно рассмотреть не только сложение, но и другие операции над палиндромами (прил. 2).

Приведем два примера того, как при помощи одних палиндромов получаются другие:

- a)  $212^2 121^2 = 44944 14641 = 30303$ ;
- $6) 2 \cdot 121 \cdot 10201 = 2 \cdot 11^2 \cdot 101^2 = 22 \cdot 112211 =$  $= 1111 \cdot 2222 = 2468642.$

Теперь обратимся к числам простым. В их бесконечном множестве имеются целые семейства палиндромов. Только среди первых ста миллионов натуральных чисел

насчитывается 781 простой палиндром, причем двадцать приходится на первую тысячу, из них четыре числа однозначные – 2; 3; 5; 7 и всего одно двузначное – 11. С такими числами связано немало интересных закономерностей:

Ø Существует единственный простой палиндром с четным числом цифр – 11.

Ø Первой и последней цифрами любого простого палиндрома могут быть только 1; 3; 7 или 9. Это следует из известных признаков делимости на 2 и на 5. Все простые двузначные числа, записанные с помощью перечисленных цифр (кроме 19), можно разбить на пары.

Например: 13 и 31; 17 и 71; 37 и 73; 79 и 97.

Ø Среди простых трехзначных палиндромов встречаются пары чисел, у которых средняя цифра отличается всего на 1.

Например: 181 и 191; 373 и 383; 787 и 797; 919 и 929.

Ø Аналогичная картина наблюдается у больших простых чисел.

Например: 94849 и 94949; 1177711 и

Ø Все однозначные числа являются палиндромами.

 $\cancel{O}$  26 — наименьшее число, не являющееся палиндромом, квадрат которого палиндром Например:  $26^2 = 676$ 

Ø А вот пары чисел — «перевертышей» 13 – 31 и 113 – 311 при возведении в квадрат дают также пары «перевёртышей»: 169 − 961 и 12769 – 96721. Любопытно, что даже суммы их цифр оказались связаны хитрым образом:

 $(1+3)^2=1+6+9$ ,

 $(1+1+3)^2 = 1+2+7+6+9$ .

О Из простых чисел-палиндромов, располагая их определённым образом, скажем построчно, можно составить симметричные фигуры, отличающиеся оригинальным рисунком из повторяющихся цифр.

1	1	911090119
	131	
131	13331	9110119
	1333331	91019
13 <mark>3</mark> 31	131 <mark>333</mark> 131	31019
	13331113331	191
1333331	313111313	
	1311131	1 <mark>9</mark> 991
131333131	13331	9919199
	313	9919199
3 <mark>3</mark> 31113 <u>3</u> 31	1	919191919
		+ m + m + m + m +

### Таблица 1

### Примеры палиндромов

В русском языке	Утречко летело к черту Я ем змея Я нем и нежен, не жени меня Я ужру буржуя! Нам рак влетел в карман Цени в себе свинец
Магический квадрат	SATOR AREPO TENET OPERA ROTAS
В биологии	—————————————————————————————————————

В химии	НООССООН – формула щавелевой кислоты
В изобразительном искусстве	
В пространственной математике Лента Мебиуса	

### 2 Репьюниты

Репьюниты — натуральные числа, запись которых состоит только из единиц. В десятичной системе счисления репьюниты обозначаются короче  $R_n$ :  $R_1 = 1$ ,  $R_2 = 11$ ,  $R_3 = 111$  и т. д., и общий вид для них:

$$R_n = \frac{10^n - 1}{9}$$
, n= 1, 2, 3...

Общий вид репьюнита может быть записан в другом виде:

$$R_n = \underbrace{11...1}_n$$

Обнаружено немало интересных свойств репьюнитов:

- Ø Репьюниты частный случай чисел-палиндромов, которые остаются неизменными при прямом и обратном прочтении.
- $\emptyset$  Репьюниты относятся к таким палиндромам, которые делятся на произведение своих цифр.
- $\emptyset$  Известно пять простых репьюнитов:  $R_2$ ,  $R_{19}$ ,  $R_{23}$ ,  $R_{317}$  и  $R_{1031}$ , причем, что самое интересное индексы этих репьюнитов также простые числа. Самое маленькое число репьюнит 1. Самое большое еще не найдено.
- Ø В семействе репьюнитов выявлено пока только 9 простых чисел: 2, 19, 23, 317, 1031, 49081, 86453, 109297, 270343 (индексы репьюнитов).

Ø Раскладывая некоторые составные репьюниты на простые множители:

$$111 = 3.37$$
 $1111 = 11.101$ 
 $11111 = 41.271$ 
 $111111 = 3.7.11.13.37$ 
 $1111111 = 239.4649$ 
 $11111111 = 11.73.101.137$ 
 $11111111 = 3.37.333667$  и т. д. можно заметить числа палиндромы.

Ø В результате умножения некоторых репьюнитов мы получили числа-палиндромы:

```
11·11 = 121

11·111 = 1221

1111·11 = 12221

111·111 = 12321

11111·111 = 1233321

11111·1111 = 12344321

11111·11111 = 123454321 и т.д.
```

Перемножив немало репьюнитов, можно сделать вывод о том, что каждый раз получается число-палиндром (прил. 3).

Число 7 – особенное, т.к. его запись по основанию 2: 111, а по основанию 6: 11 (т.е.  $7_{10} = 11_6 = 111_2$ ).

<sup>10</sup> Другими словами, число 7 является репьюнитом по крайней мере в двух основаниях b > 1.

Определим положительное целое число с таким свойством как сильный репьюнит. Можно убедиться, что существует 8 сильных репьюнитов меньше 50: {1,7,13,15,21,31,40,43}.

Далее, сумма всех репьюнитов меньше 1000 равна 15864.

Таблица 2

### Пример репьюнита

Треугольник, полученный из исходного после добавления к нему шести простых палиндромов. Фигура сразу привлекает внимание своим изящным обрамлением из единиц. Ее окаймляют два простых репьюнита одинаковой длины: 23 единицы составляют «основание» и еще столько же — «боковые стороны» треугольника.

В других областях науки примеры репьюнитов не найдены.

### Практическая часть

Решим две интересные задачи из журнала «Квант» №5 за 1997 год.

Задача №1

Какими цифрами следует заменить буквы, чтобы сумма девяти слагаемых стала равной репьюниту?

РЕПЬЮНИТ РЕПЬЮНИТ РЕПЬЮНИТ РЕПЬЮНИТ РЕПЬЮНИТ РЕПЬЮНИТ РЕПЬЮНИТ РЕПЬЮНИТ РЕПЬЮНИТ

Решение: 12345679+12345679+123456 79+12345679+12345679+12345679+123456 79+ +12345679+12345679=11111111 — репьюнит

Ответ: 1111111111

Задача №2

Произведением каких двух репьюнитов является число 123455554321?

Решение.

Перемножив два репьюнита, мы получили:

 $111111111 \cdot 11111 = 123455554321.$  Ответ:  $111111111 \cdot 11111$ 

Прослеживается закономерность: цифры в записи упорядочены сначала по возрастанию, а затем по убыванию, причем наибольшей цифрой является длина меньшего репьюнита, а количество повторений этой цифры в середине числа равно разности длин репьюнитов, увеличенной на единицу. Перемножив немало репьюнитов, делаем вывод о том, что каждый раз получается число-палиндром (Прил. 3).

Также экспериментально доказано, что при перемножении репьюнитов, если по правилу, наименьшее число единиц должно быть меньше 10. То есть максимальное произведение единиц: 1(19 раз) \* 1(9 раз)= 1 234 567 899 999 999 987 654 321. Далее палиндром не получается.

# Решение занимательных и олимпиадных задач

Вычислительный аппарат

 $\frac{666666 \cdot 666666}{1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1} = \frac{6 \cdot 111111 \cdot 6 \cdot 111111}{36} = 111111^{2} = \frac{6 \cdot 111111 \cdot 6 \cdot 111111}{36} = 111111^{2} = \frac{55555 \cdot 7777777}{35} = \frac{5 \cdot 11111 \cdot 7 \cdot 1111111}{35} = \frac{5 \cdot 11111 \cdot 1111111}{35} = \frac{11111 \cdot 11111111}{35} = \frac{12345554321}{345554321}$ Other: 12 345 554 321

### Задача 1.

Вычислить количество чисел-палиндромов, делящихся на 2:

- а) двузначных
- б) трехзначных
- в) четырехзначных
- г) пятизначных

Ответ.

На 2 делится любое четное число. Поэтому:

- а) среди двузначных чисел-палиндромов четные – 22, 44, 66 и 88. То есть 4 числа.
- б) у трехзначных чисел-палиндромов первая и последняя цифры одинаковые и должны быть четными. Четных цифр 4 (2, 4, 6 и 8). В середине может стоять любая из 10 цифр от 0 до 9. Поэтому, всего 4\*10=40 трехзначных чисел-палиндромов.
- в) у четырехзначного искомого числа должны быть четными одинаковые первая и последняя цифры их 4. При этом одинаковые вторая и третья цифры могут быть любыми из десяти. Значит, четырехзначных чисел-палиндромов тоже 40.
- г) у пятизначных чисел-палиндромов первая и последняя цифры одинаковы и четны, их может быть 4. При этом 2 и 4 цифры также одинаковы и их может быть 10. Третья цифра также может быть любой из 10. Поэтому всего пятизначных чисел-палиндромов 4\*10\*10=400.

Итак, все мы убедились в том, что математика важна не только сама по себе. Математический подход к окружающему миру помогает лучше его познать. И математический стиль мышления нужен сегодня всем — и языковеду, и биологу, и химику, и физику, и инженеру, и художнику, и поэту, и музыканту.

Проведя исследование по данной теме, я изучила свойства палиндромов и репьюнитов, установила связь между ними, выяснила какую роль играют простые числа в изменении свойств данных чисел.

Результаты исследования (сходство и различие) занесены в таблицу.

Таблица 3 Сравнение свойств палиндромов и репьюнитов

Категории сравнения	Палин- дромы	Репьюни- ты
Читается слева на- право и справа налево одинаково	+	+
Симметрия записи (расположения цифр)	+	- Не всегда

Число знаков, используемых при записи чисел, может быть четным и нечётным	+	+
Можно получить как результат операций над другими числами: - сложение - возведение в степень - извлечение корня - умножение	+ + + +	+ + + +
Можно получить многоугольные фигуры	+	+
Являются представителями класса простых чисел	+	+

Результаты опроса

**Таблица 4** Хотите ли знать больше об этих числах?

		Палиндромы			Репьюниты				
Клас-	Кол-во уча-	Хоти	Хотите узнать больше об этих числах?						
СЫ	щихся	Да	%	нет	%	да	%	нет	%
7a	31	31 уч.	100	0 уч.	0	31 уч.	100	0 уч.	0
8в	29	29 уч.	100	2 уч.	0	29 уч.	100	2 уч.	0
9a	26	26 уч.	100	0 уч.	0	26 уч.	100	0 уч.	0
116	23	23 уч.	100	0 уч.	0	23 уч.	100	0 уч.	0

Результаты опроса показали, что все учащиеся хотят знать больше о числах-палиндромах и репьюнитах.

Также провела опрос «Используете ли вы эти числа в жизни?». Данные занесла в таблицу.

Таблица 5 Используете ли вы эти числа в жизни?

Классы Кол-во учащихся		Используете ли вы эти числа в жизни?			
	учащихся	Да	%	нет	%
7a	31	15 уч.	48	16 уч.	0
8в	29	17 уч.	58	19 уч.	0
9a	26	20 уч.	76	6 уч.	0
11б	23	19 уч.	82	4 уч.	0

Выводы по опросу: Чем старше школьник, тем он чаще использует палиндромы и репьюниты в воей жизни.

# Приложение 1

# Операции над палиндромами

Число	Действие	Результат	Полученное число
17	17 + 71	88	Палиндром
132	132 + 231	363	Палиндром
111	111 <sup>2</sup>	12321	Палиндром
111111111	111111111 <sup>2</sup>	12345678987654321	Палиндром
1	1.1	1	Палиндром Репьюнит
1	√1	1	Палиндром Репьюнит
121	√121	11	Палиндром Репьюнит

Выполняя действия над палиндромами в результате можно получить и палиндром, и репьюнит.

Приложение 2 Произведение репьюнитов дает палиндром.

1 множитель	2 множитель	Произведение
111	111	12321
111	1111	123321
111	11111	1233321
111	111111	12333321
1111	1111	1234321
1111	11111	12344321
1111	111111	123444321
11111	11111	123454321
11111	111111	1234554321
111111	111111	12345654321
111111	1111111	123456654321
1111111	11111111	1234567654321
11111111	111111111	1234567887654321
111111111	1111111111	12345678887654321
111111111	111	123333333321
1111111111	1111	1234444444321
111111111111	111	12333333333321
1111111111111	11	1222222222221
11111111111111	111	1233333333333331

Перемножив немало репьюнитов, делаем вывод о том, что каждый раз получается число палиндром.

# Приложение 3

# Палиндромическое число

121

5995

1991

Палиндромом является квадрат числа состоящего из единиц 1<sup>2</sup>=1, 11<sup>2</sup>=121 111<sup>2</sup>=12321

В математике палиндромические числа иногда называются "числами Шахерезады" – это название было вдохновлено названием "1001 ночь", где 1001 – число-палиндром.



Приложение 4

### Фото опыта



МЕЖДУНАРОДНЫЙ ШКОЛЬНЫЙ НАУЧНЫЙ ВЕСТНИК № 4, 2018

### Заключение

Мир чисел настолько загадочен и увлекателен, что занимаясь данной работой, исследовано, что если бы каждый из нас уделял ему больше внимания, то нашел бы для себя много нового и интересного, познакомившись с удивительными натуральными числами: палиндромами и репьюнитами. Все они обязаны своими свойствами простым числам.

Значит, подтверждена гипотеза о том, что простые числа — это часть чисел, из которых состоят все натуральные числа.

Исследуя множество простых чисел, можно получить удивительные числовые множества с их необыкновенными свойствами.

В своей работе большое внимание уделяю проектам, имеющим конкретное общественно-полезное значение. Часто эти проекты являются долгосрочными, ориентированными на создание системы: урок — внеклассная деятельность.

Организационно метод проектов предусматривает сочетание индивидуальной самостоятельной работы с работой в сотрудничестве, в малых группах и в коллективе. Реализация метода проектов на практике ведет к изменению позиции учителя. Из носителя готовых знаний он превращается в организатора познавательной, исследовательской деятельности своих учеников. Изменяется и психологический климат в классе, так как учителю приходится переориентировать свою учебно-воспитательную работу и работу учащихся на разнообразные виды самостоятельной деятельности, на приоритет деятельности исследовательского, поискового, творческого характера. Обеспечение и сопровождение проектной деятельности строится на принципах сотрудничества и включает:

- а) помощь в определении школьником замысла проектной деятельности;
- b) консультирование стадий проекта: поиска информации, решений проектных задач, поощрение практического опыта непосредственной работы с текстом;
- с) внимание к индивидуальным формам и способам аналитического и образного мышления, рассуждений и интерпретации, инициирование навыков продумывания деятельности и прогнозирования ее продукта;
- d) поощрение инициативы и творческого характера проектной деятельности;
- е) участие в обеспечении презентации и общественной экспертизы результатов проектной деятельности детей.

В результате активного внедрения метода проектов на уроках и во внеурочной деятельности теперь у учащихся формируются об-

щие учебные умения, навыки и обобщенные способы деятельности. Обучающиеся более прочно усваивают знания, полученные в ходе самостоятельного решения поставленных задач. Ученики приобретают опыт вдумчивой работы с текстом художественного произведения, опыт работы с большим объемом информации из различных источников. Школьники приобретают навыки учебного сотрудничества и коммуникации: учатся чего работать в коллективе, планировать работу индивидуально и в группе, учатся оценивать ситуации и принимать решения.

Проектная деятельность на уроке и во внеурочное время способствует формированию у школьников духовности и культуры, инициативности, самостоятельности, способности к успешной социализации в обществе и активной адаптации на рынке труда.

Метод проектной деятельности актуален в связи с изменениями, происходящими в образовании. Компьютеры и мультимедиа стали неотъемлемой частью образовательного пространства. В работе использую компьютер как необходимое условие проведения современного урока. Сегодня техника позволяет представлять результаты своей деятельности ярко, логично, подбирать систему доказательств, иллюстраций к основным вопросам темы.

В процессе работы над проектом с использованием средств ИКТ формируется человек, умеющий действовать не только по образцу, но и самостоятельно, получающий необходимую информацию из максимально большего числа источников, умеющий ее анализировать и делать выводы. Метод проектов востребован школой, так как он демонстрирует высокую эффективность, мотивированность обучения, снижение перегрузки, повышение творческого потенциала учащихся.

### Список литературы

- 1 Депман И.Я. За страницами учебника математики // пособие для учащихся 5-6 классов средней школы. М.: Просвещение, 1989.
- 2 Ейтс С. Репьюниты и десятичные периоды // издательство «Мир». 1992.
- 3 Кордемский Б.А. Удивительный мир чисел // книга для учащихся. М.: Просвещение, 1995.
- 4 Кордемский Б. А. На часок к семейке репьюнитов // Квант. -1997. № 5. с. 28-29.
- 5 Перельман Я.И. Занимательная математика // издательство «Тезис». 1994
  - 6 http://arbuz.uz/t\_numbers.html.
- 7 Лоповок Л.М. Тысяча проблемных задач по математике: Кн. для учащихся. М.: Просвещение, 1995. 239с.
- 8 Карпушина Н.М. Репьюниты и палиндромы// Математика в школе. -2009, №6. -C.55-58.
- 9 Строгов И.С. Жар холодных чисел. Очерки. Л.: Детская литература, 1974.
  - 10 Перельман Я.И. Живая математика. М.: «Наука», 1978.