

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СОБЫТИЙ, СВЯЗАННЫХ С НАСЛЕДОВАНИЕМ ГРУППЫ КРОВИ

Крутова О.В.

г. Астрахань, МБОУ «Гимназия № 3», 8 класс

Научный руководитель: Лебедева С.В., МБОУ «Гимназия № 3»

Данная статья является реферативным изложением основной работы. Полный текст научной работы, приложения, иллюстрации и иные дополнительные материалы доступны на сайте III Международного конкурса научно-исследовательских и творческих работ учащихся «Старт в науке» по ссылке: <https://www.school-science.ru/0317/7/28107>.

Актуальность исследования. Исследование природы – важная часть деятельности человека. Существуют разные методы исследования явлений природы. В современном мире решение любой практически значимой задачи невозможно без применения математических знаний. Реальные процессы подчиняются определенным математическим законам, установление которых позволяет теоретически предсказать возможный результат. Теория вероятностей – раздел математической науки, изучающий закономерности случайных явлений. Методы теории вероятностей широко применяются в различных отраслях науки и техники.

В данной работе предпринята попытка применить понятия теории вероятностей для установления достоверности, невозможности и вероятности событий, связанных с наследованием групп крови. Полученные результаты представляют интерес не только с точки зрения математики, но и крайне важны для принятия решений в конкретных медицинских и генетических ситуациях, в судебной медицине при спорах об отцовстве, материнстве или в случае потери детей в раннем возрасте.

Объектом исследования являются понятия и законы теории вероятностей, применимые для описания биологических процессов.

Предметом исследования являются соотношения между основными понятиями и формулами теории вероятностей и событиями, происходящими при наследовании группы крови ребенком от родителей.

Цель работы состоит в исследовании и описании событий, связанных с наследованием групп крови от биологических родителей на основе теории вероятностей.

Задачи исследования:

- 1) разработать методику проведения исследования и реализовать ее этапы;
- 2) разработать модель-конструктор, удовлетворительно описывающую процес-

сы наследования индивидуумом группы крови, и вычислить с помощью неё вероятность конкретного исхода наследования группы крови в зависимости от комбинации групп крови родителей;

3) провести анкетирование учеников, с целью накопить эмпирические данные по наследованию групп крови в конкретной выборке и обработать их на основе результатов, полученных при осуществлении всех возможных сочетаний с моделью-конструктором.

Методы исследования: анализ литературы по математике и биологии; разработка модели-конструктора, позволяющей визуализировать механизм наследования группы крови; проведение математических расчётов с применением классических определений и формул теории вероятностей; анкетирование и обработка его результатов.

Биологические особенности наследования групп крови

Группа крови – описание индивидуальных характеристик, определяемое с помощью методов идентификации специфических групп углеводов и белков, включённых в мембрану эритроцитов человека.

В начале прошлого века ученые доказали существование 4 групп крови. Австрийский ученый Карл Ландштайнер, смешивая сыворотку крови одних людей с эритроцитами, взятыми из крови других, обнаружил, что при некоторых сочетаниях эритроцитов и сывороток происходит «склеивание» – слипание эритроцитов и образование сгустков, а при других – нет. Изучая строение красных клеток крови, Ландштайнер обнаружил особые вещества. Он поделил их на две категории, А и В, выделив третью, куда отнес клетки, в которых их не было. Позже, его ученики – А. фон Декастелло и А. Штурли – обнаружили эритроциты, содержащие маркеры А- и В-типа одновременно [9].

Система АВ0 была предложена Карлом Ландштайнером в 1900 году.

В эритроцитах были обнаружены вещества белковой природы, которые назвали агглютиногенами (склеиваемыми веществами). Их существует 2 вида: А и В.

В плазме крови обнаружены агглютинины (склеивающие вещества) двух видов – α и β .

Агглютинация происходит тогда, когда встречаются одноимённые агглютиноге-

ны и агглютинины. Агглютинин плазмы α склеивает эритроциты с агглютиногеном А, а агглютинин β склеивает эритроциты с агглютиногеном В.

Агглютинация – склеивание и выпадение в осадок эритроцитов, несущих антигены, под действием специфических веществ плазмы крови – агглютининов.

В крови одного человека одновременно никогда не встречаются одноименные агглютиногены и агглютинины (А с α и В с β). Это может произойти только при неправильном переливании крови. Тогда наступает реакция агглютинации, при которой эритроциты склеиваются. Комочки склеивающихся эритроцитов могут закупорить капилляры, что очень опасно для человека. Вслед за склеиванием эритроцитов наступает их разрушение. Ядовитые продукты распада отравляют организм, вызывая тяжелые осложнения вплоть до летального исхода.

В плазме крови человека могут содержаться агглютинины α и β , в эритроцитах – агглютиногены А и В, причём из белков А и α содержится один и только один, то же самое – для белков В и β [10].

Таким образом, существует четыре допустимые комбинации; то, какая из них характерна для данного человека, определяет его группу крови:

- α и β : первая (0)
- А и β : вторая (А)
- α и В: третья (В)
- А и В: четвертая (АВ)

Применение основных понятий теории вероятностей для исследования событий наследования группы крови

Опишем основные понятия теории вероятностей [2, 4, 6] и попытаемся применить их для решения задач нашего исследования.

Событие – это некоторое множество (набор, совокупность) элементарных событий. Наблюдаемые события можно разделить на три вида: достоверные, невозможные и случайные.

Случайное событие – это событие, которое при одних и тех же условиях может как произойти, так и не произойти.

В нашем исследовании под случайным событием можно понимать, например, наследование ребенком первой группы крови от родителей, имеющих вторую и третью группу крови.

Невозможное событие – это событие, которое не может произойти никогда. Например, если у одного из родителей первая группа крови, у ребенка не может быть четвертой.

Достоверное событие – это событие, которое происходит при каждом таком эксперименте. Например, если у обоих родителей

первая группа крови у ребенка может быть только первая группа крови.

Элементарное событие – это один из взаимоисключающих друг друга вариантов, которым может завершиться случайный эксперимент. Например, ребенок может унаследовать от родителей с любым сочетанием группы крови только одну конкретную группу.

Равновозможное событие – это событие, которое не является более возможным, чем другие. Например, у родителей с первой и четвертой группой крови могут быть дети как со второй, так и с третьей группой крови.

Сочетаниями из n элементов по m называются их соединения, отличающиеся друг от друга только самими элементами. Число сочетаний, которые могут быть составлены при выборе m элементов из n , определяется по формуле

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

Вероятность математическая – это числовая характеристика степени возможности появления какого-либо определенного события в тех или иных определенных, повторяемых неограниченное число раз условиях.

Вероятность события C численно равна отношению числа благоприятных исходов к общему числу всех элементарных исходов испытания, если все исходы равновозможны

$$P(C) = \frac{m}{n},$$

где m – число элементарных исходов, благоприятных событию A ; n – число всех возможных элементарных исходов.

Из определения вероятности вытекают следующие свойства:

- а) вероятность достоверного события равна единице;
- б) вероятность невозможного события равна нулю;
- в) вероятность случайного события есть положительное число, заключенное между нулем и единицей;
- г) вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий: $P(A + B) = P(A) + P(B)$.

Выборка – это небольшая группа опрашиваемых.













В нашей работе под выборкой будем понимать людей, принявших участие в анкетировании и сообщивших информацию о группах крови, которые имеют они и их родственники (родители или дети).

**Разработка модели-конструктора
для визуализации процессов
наследования индивидуумом группы
крови**

В данном исследовании для визуализации процессов при наследовании группы крови за основу примем систему АВ0 на хромосомном уровне. Каждой девятой хромосомной паре, несущей признак группы крови, уподобим два шара. Чтобы визуализировать процесс наследования групп крови, подпишем шары: при отсутствии на эритроцитах антигенов – шар 0 (белый); при наличии эритроцитарного агглютиногена А – шар А (красный); при наличии эритроцитарного агглютиногена В – шар В (чёрный). Тогда каждый из родителей, в зависимости от принадлежности к определенной группе крови, может быть смоделирован строками, описанными в таблице.

добим сочетания при которых в хромосоме имеется признак агглютиногена А; четыре мячика окрасим в чёрный цвет и уподобим им сочетания, в которых имеется агглютиноген В; остальные оставим белыми и уподобим им отсутствие и того и другого агглютиногена на эритроцитах крови. Все возможные комбинации групп крови родителей можно смоделировать комплектом теннисных мячиков, представленным на фото 1.

Чтобы мячики не раскатывались в процессе моделирования, мы взяли коробку из-под шоколадных конфет и вклеили в неё пластмассовую форму с углублениями (коррек). Два углубления служат для мячиков, моделирующих группу крови матери; два – для мячиков, описывающих группу крови отца. Последовательно сочетая по одному мячику, взятому от каждого их родителей, по-

Мать		Отец	
Группа крови	Шары	Группа крови	Шары
I		I	
II		II	
			
III		III	
			
IV		IV	

Для создания материальной модели наследования групп крови используем мячики для игры в настольный теннис. Четыре мячика покроем красным лаком, которым упо-

лучаем возможные сочетания, определяющие группу крови ребёнка. Эти мячики можно помещать в углубления, находящиеся в середине коробки (фото 1).



Фото 1. Набор для моделирования процессов наследования групп крови

Для установления возможности наследования определенной группы крови потомком, из комплекта берутся шарики, описывающие группу крови мамы и папы. Образовавшаяся комбинация из четырех шариков позволяет сразу констатировать факт невозможного или достоверного события.

Применение модели-конструктора для установления достоверных, невозможных и вероятностных событий наследования групп крови

Использование данной модели-конструктора позволяет рассчитать вероятность различных комбинаций наследования группы крови ребенком от родителей. Приведём возможные способы решения некоторых генетических задач.

Задача 1. У мамы первая группа крови, а у отца – четвертая. Какие группы крови могут быть у ребенка, рожденного в этой семье? Какова вероятность наследования каждой группы крови?

Решение. Берём из модели-конструктора два белых шара, описывающих первую группу крови матери и красный и чёрный шары, описывающие группу крови отца (фото 2).



Фото 2. Моделирование комбинации I×IV групп крови матери и отца

При необходимости выбрать по одному шару от каждого из родителей обнаруживаем, что при любом сочетании возможны только два варианта:

1) группа крови ребенка представляется красным и белым шарами – вторая гетерозиготная группа крови (фото 3);

2) группа крови ребенка представляется чёрным и белым шарами – третья гетерозиготная группа крови (фото 4).



Фото 3. Наследование ребенком второй (A0) группы крови



Фото 4. Наследование ребенком третьей (B0) группы крови

Так как оба события равновозможные, вероятность наследования ребенком второй группы крови равна 50%; вероятность наследования третьей группы крови также равна 50%.

Как бы невероятно это не выглядело, но от комбинации групп крови родителей I×IV события наследования первой или четвертой групп крови ребёнком являются невозможными.

Решение этой задачи убеждает в том, что ребенок наследует от родителей гены, а не группу крови одного из родителей.

Задача 2. Какова вероятность наследования ребенком второй группы крови, если оба родителя имеют четвертую группу крови?

Решение. Из модели-конструктора выбираем заданную комбинацию $IV \times IV$, которая представляется двумя чёрными и двумя красными шарами, взятыми по одному от каждого родителя (фото 5).



Фото 5. Моделирование комбинации $IV \times IV$ групп крови матери и отца (сочетание $AB \times AB$)



Фото 6. Наследование ребенком второй (AA) группы крови

Вычислим вероятность события, при котором оба шара окажутся красными (фото 10).

Число всех случаев определяется сочетанием

$$n = C_4^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{2! \cdot 3 \cdot 4}{2! \cdot 2!} = 6.$$

Число случаев, благоприятствующих событию, определяется сочетанием

$$m = C_2^2 = \frac{2!}{2! \cdot 0!} = 1.$$

Вероятность, что оба выбранных шара будут красными равна

$$P = \frac{m}{n} = \frac{1}{6}.$$

Таким образом, вероятность наследования ребенком второй группы крови около 17%.

Задача 3. Какова вероятность наследования ребенком первой группы крови, если у мамы вторая группа крови, а у папы первая группа крови?

Решение. Из модели-конструктора выбираем заданную комбинацию $I \times II$. Возможные сочетания групп крови для данной комбинации $00 \times AA$ (два белых от папы и два красных от мамы) или $00 \times A0$ (два белых от папы и белый и красный от мамы). Убеждаемся, что первое сочетание никак не может дать ребенку первую группу крови.

Рассмотрим второе сочетание $00 \times A0$ (фото 11) и вычислим вероятность события, при котором оба шара окажутся белыми (ребенок наследует первую группу крови) (фото 12).



Фото 7. Моделирование комбинации $I \times II$ групп крови матери и отца (сочетание $A0 \times 00$)



Фото 8. Наследование ребенком первой (00) группы крови

Число всех случаев определяется сочетанием

$$n = C_4^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{2! \cdot 3 \cdot 4}{2! \cdot 2!} = 6.$$

Число случаев, благоприятствующих событию, определяется сочетанием

$$m = C_3^2 = \frac{3!}{2!(3-2)!} = \frac{2! \cdot 3}{2! \cdot 1!} = 3.$$

Список литературы

1. Алексахина И.Ю. Естествознание: Учебник для 10 класса. Базовый уровень. 2-е изд. – М.: 2008. – 270 с.
2. Бунимович Е.А., Булычёв В.А. Основы статистики и вероятность. 5–9 кл.: Пособие для общеобразоват. учреждений. – М.: Дрофа, 2004. – 288 с.
3. Клейборн А. Человек. Энциклопедия / пер. В.В. Свечникова. – М.: «РОСМЭН», 2006. – 111 с.
4. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Высоцкий И.Р., Ященко И.В. Теория вероятностей и статистика: Учеб. – 2-е изд., переработанное. – М.: МЦНМО: ОАО «Московские учебники», 2008. – 256 с.: ил.
5. Холланд Дж., пер. Д. Богомолочи др. Большая иллюстрированная энциклопедия эрудита. – М.: Махаон, 2005. – 487 с.
6. Вся элементарная математика. Средняя математическая интернет-школа. Электронный ресурс: <http://www.VumAth.net/studyguide/ProB/seC/ProB1.htm>.
7. Группа крови, резус-фактор, наследование. Электронный ресурс: <http://www.kleo.ru/Club/BesstiA/Ar130.shtml>.
8. Группа крови. Электронный ресурс: <http://sosudinfo.ru/krov/gruPPA-krovi/>
9. Лекции по биологии. Электронный ресурс: http://oAdk.At.uA/loAd/shPArgAlKA/lekCii_Po_Biologii/nAsledovAnie_gruPPy_krovi_reBenkom/56-1-0-2007.
10. Фоксфорд. Биология. Электронный ресурс: <http://foxford.ru/wiki/BiologiyA/gruPPy-krovi>.